Université de Picardie Jules Verne

Antenne de Beauvais

Mathématiques

Mias 2 : UE 8 Algèbre

Examen 1ère session	**1er semestre**	**2003/2004**
23 janvier 2004		**13h30 - 15h30**

Instructions aux étudiants :

1. **Tous documents interdits**
2. **L'usage des calculatrices est interdit.**

Exercice 1

Résoudre $\begin{cases} x_1' = -7x_1 - 4x_2 - 4x_3 \\ x_2' = 16x_1 + 9x_2 + 8x_3 \\ x_3' = -8x_1 - 4x_2 - 3x_3 \end{cases}$ où x_1, x_2 et x_3 sont des fonctions réelles dérivables sur $\mathbb{R}$.

Exercice 2

Soit $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 0 & 3 \\ -1 & 0 & 2 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \in \mathscr{M}_4(\mathbb{R})$. Déterminer $\exp(A)$.

Exercice 3

Soit E un $\mathbb{R}$-e.v.

On suppose que $\dim E = n \in \mathbb{N}^*$ et soit $f \in \mathscr{L}(E)$ nilpotent d'ordre $q \in \mathbb{N}^*$.

Montrer que $\{0_E\} = \operatorname{Ker} f^0 \subset \operatorname{Ker} f^1 \subset \operatorname{Ker} f^2 \subset \ldots \subset \operatorname{Ker} f^q = E$ et que toutes ces inclusions sont strictes.