



Instructions aux étudiants :

1. Seuls documents autorisés : formulaire sur les DL et formulaire sur les primitives.
2. L'usage des calculatrices est interdit.

Exercice 1

1. Soit la matrice $M = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -4 \\ -2 & -3 & 8 \\ 3 & 4 & -11 \end{pmatrix}$.
 - a. Calculer le déterminant de M . La matrice M est-elle inversible?
 - b. Si oui, déterminer M^{-1} . Si non, déterminer le rang de M .
2. Résoudre le système linéaire :
$$\begin{cases} x + y - 4z = -2 \\ -2x - 3y + 8z = -1 \\ 3x + 4y - 11z = 1 \end{cases}$$

Exercice 2

Déterminer les primitives suivantes :

- a. $\int x^2 \ln x \, dx$ sur $]1, +\infty[$.
- b. $\int \sqrt{1 + 3 \cos^2 x} \sin 2x \, dx$ sur \mathbb{R} .
- c. $\int \frac{x^2 - x + 3}{x^2 + x + 1} \, dx$ sur $[0; 1]$.

Exercice 3

Déterminer le DL de $\frac{\cos x \operatorname{ch} x}{3 + x^2}$ en 0 à l'ordre 4.

Exercice 4

Déterminer $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + x \arctan x - \cos x}{x^2}$.

Exercice 5

Soit $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$

$$(x, y, z) \mapsto (xy, z \cos x \cos y, z \sin x \sin y)$$

Déterminer la matrice jacobienne de f et le jacobien de f .