



Instructions aux étudiants :

1. Seuls documents autorisés : formulaire sur les DL et formulaire sur les primitives.
2. L'usage des calculatrices est interdit.

Exercice 1

1. Soit la matrice $M = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 5 \\ -1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$.

M est-elle inversible? Si oui, déterminer M^{-1} , sinon déterminer le rang de M .

2. En utilisant le 1° et uniquement de cette façon, résoudre le système :
$$\begin{cases} 2x & + 5z = 3 \\ -x + 2y + z = 5 \\ x & + 3z = 2 \end{cases} .$$

Exercice 2

Soit $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$

$$(x, y, z) \mapsto (xy, xz, yz)$$

Déterminer la matrice jacobienne de f et le jacobien de f .

Exercice 3

Déterminer le développement limité à l'ordre 3 en 1 de $\frac{e^x \ln x}{x^2}$.

Exercice 4

Résoudre l'équation différentielle suivante : $x^2 y' = x^2 + y^2 - xy$ sur $]0; +\infty[$.

Exercice 5

Résoudre l'équation différentielle suivante : $x^2 y' + y + y^2 = 0$ sur $]0; +\infty[$.

Exercice 6

Soit f la fonction définie par $f(x) = \frac{6-x}{2x^2-x-15}$.

1. Décomposer f en éléments simples.

2. En déduire $\int_0^1 f(x) dx$.