

# Initiation à la Robotique

**ME 5.1a**

Licence Professionnelle Automatisme et Robotique

Session 2026 - Amiens



**Fabio MORBIDI**

Laboratoire MIS  
Équipe Perception Robotique  
Université de Picardie Jules Verne

E-mail : fabio.morbidi@u-picardie.fr



# Organisation du cours

| n° | Date              | matin/a.m. | CM  | TD  | Contrôle   | Lieu  |
|----|-------------------|------------|-----|-----|------------|---|
| 1  | Mer. 15 oct. 2025 | matin      | CM1 |     |            | Dépt. EEA, TP204  |
| 2  | Jeu. 16 oct. 2025 | a.m.       | CM2 | TD1 |            | Dépt. EEA, CURI305  |
| 3  | Jeu. 30 oct. 2025 | matin      | CM3 | TD2 |            | Promo, A14  |
| 4  | Ven. 31 oct. 2025 | matin      | CM4 | TD3 |            | Promo, A14  |
| 5  | Ven. 5 déc. 2025  | matin      |     |     | <b>DS</b>  | Dépt. EEA, TP204  |
| 6  | Jeu. 8 jan. 2026  | a.m.       |     |     | <b>TP1</b> | Dépt. EEA  |
| 7  | Mer. 21 jan. 2026 | a.m.       |     |     | <b>TP2</b> | Dépt. EEA  |
| 8  | Ven. 23 jan. 2026 | a.m.       |     |     | <b>TP3</b> | Dépt. EEA  |

**Matin:** 8h30-12h15, pause 10h30-10h45 – **Après-midi:** 13h15-17h00, pause 15h30-15h45

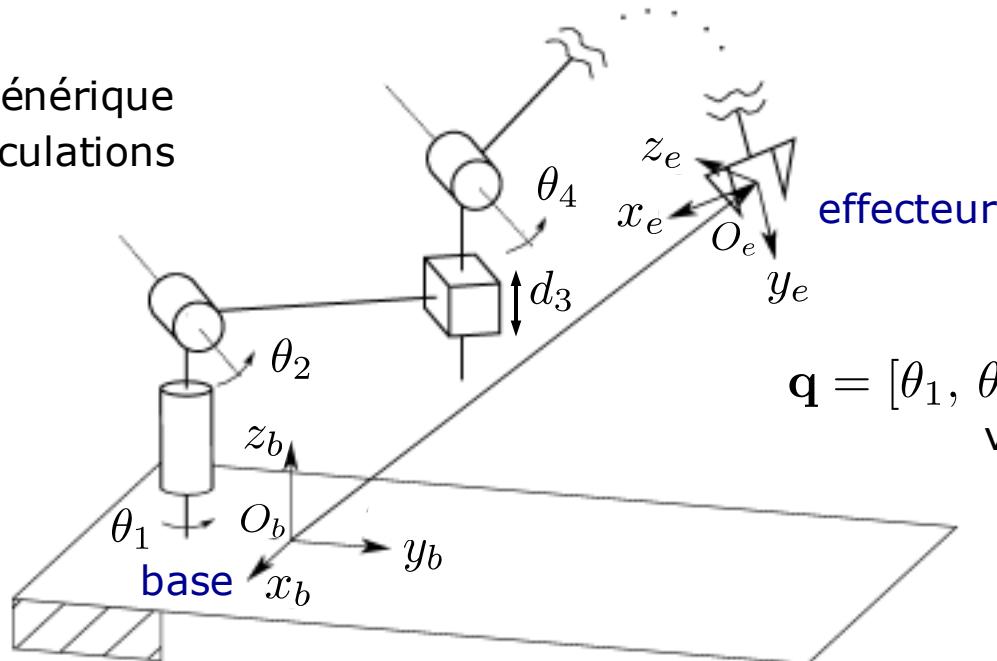
# **Plan du cours**

- Introduction
- Constituants et caractéristiques d'un robot
- Gammes de robots et secteurs d'activités
- Les baies de commandes, le boîtier d'apprentissage, les modes et la programmation d'un robot
- Actionneurs et capteurs d'un robot
- Repères et transformations homogènes
- Étude de cas: cellule robotisée de soudage



# Modèle géométrique

Robot générique  
à  $n$  articulations



$$\mathbf{q} = [\theta_1, \theta_2, d_3, \theta_4, \dots]^T \in \mathbb{R}^n$$

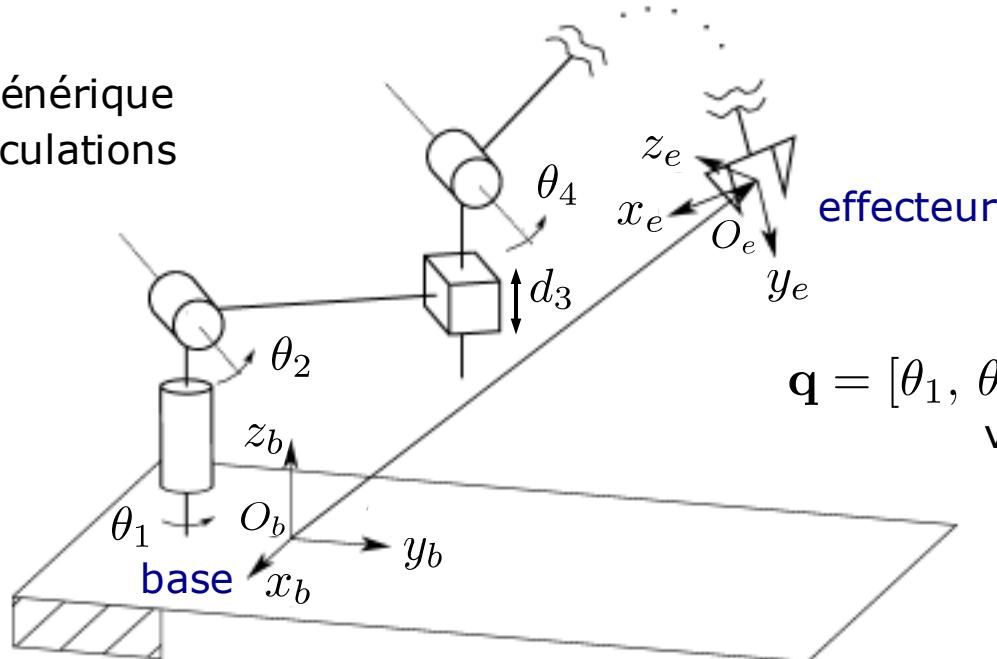
vecteur des variables articulaires

**Modèle géométrique direct (MGD):** étant données les positions articulaires (distance resp. angle pour une articulation prismatique resp. rototoïde) trouver la pose de l'effecteur par rapport à la base

**Modèle géométrique inverse (MGI):** étant donnée une pose de l'effecteur par rapport à la base, trouver, si elles existent, l'ensembles de positions articulaires qui permettent de générer cette pose

# Modèle géométrique

Robot générique  
à  $n$  articulations



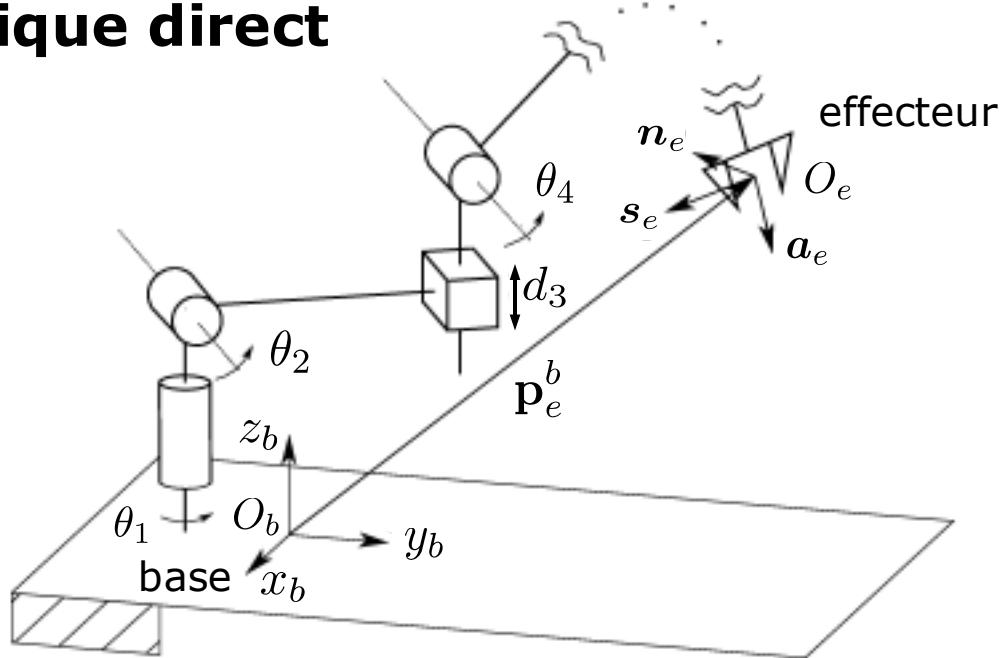
$$\mathbf{q} = [\theta_1, \theta_2, d_3, \theta_4, \dots]^T \in \mathbb{R}^n$$

vecteur des variables articulaires

**Modèle géométrique direct (MGD):** étant données les positions articulaires (distance resp. angle pour une articulation prismatique resp. rototoïde) trouver la pose de l'effecteur par rapport à la base

**Modèle géométrique inverse (MGI):** étant donnée une pose de l'effecteur par rapport à la base, trouver, si elles existent, l'ensembles de positions articulaires qui permettent de générer cette pose

# Modèle géométrique direct



Par rapport au repère de la base  $O_b - x_b y_b z_b$ , le *modèle géométrique direct* est exprimé par la matrice de transformation homogène suivante :

$$\mathbf{T}_e^b(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} \mathbf{n}_e^b(\mathbf{q}) & \mathbf{s}_e^b(\mathbf{q}) & \mathbf{a}_e^b(\mathbf{q}) & \mathbf{p}_e^b(\mathbf{q}) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

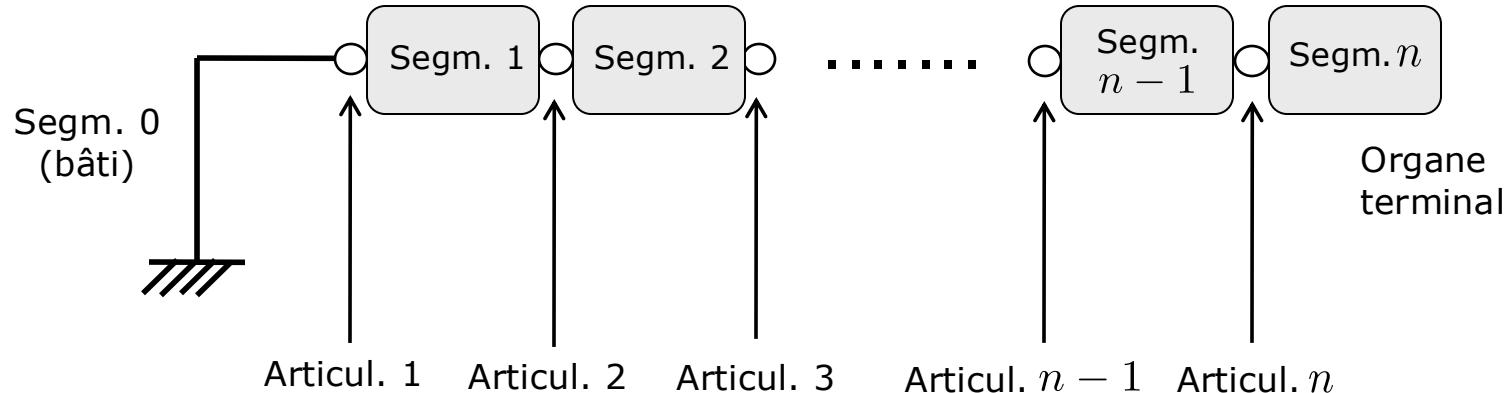
où

$\mathbf{n}_e^b$ ,  $\mathbf{s}_e^b$ ,  $\mathbf{a}_e^b$  : vecteurs unitaires du repère de l'effecteur par rapport à la base

$\mathbf{p}_e^b$  : vecteur qui décrit l'origine du repère de l'effecteur par rapport à la base

$\mathbf{q} \in \mathbb{R}^n$  : vecteur des variables des articulations

# Modèle géométrique direct

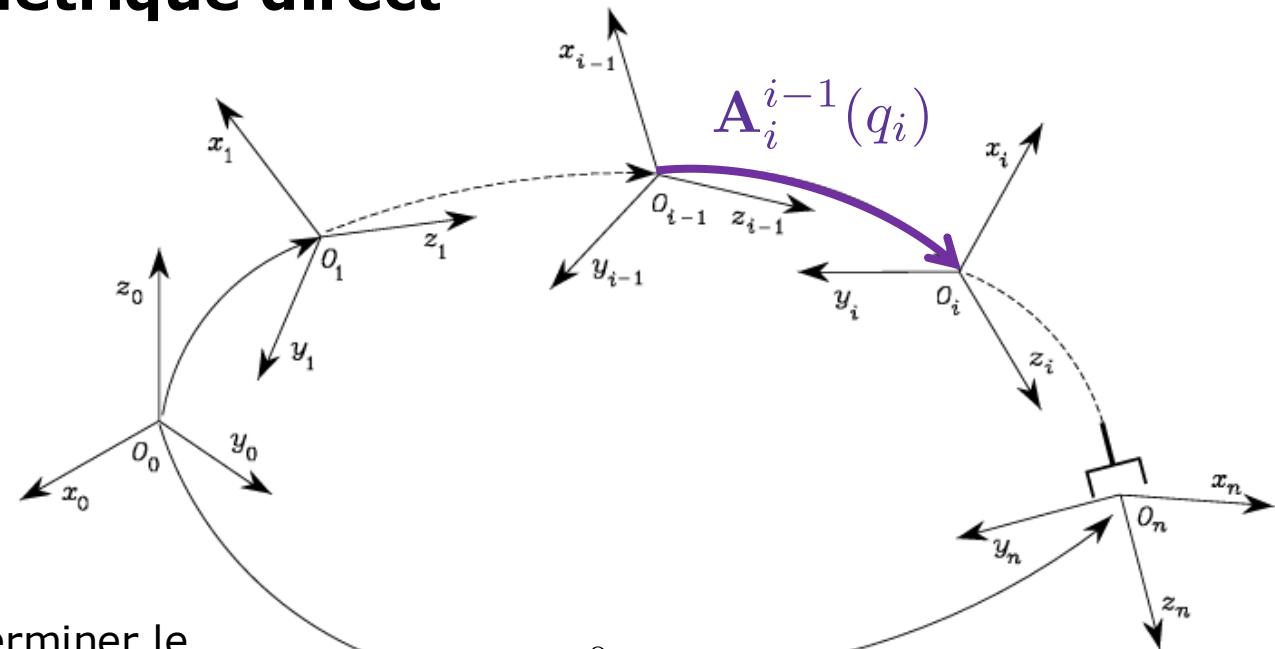


## Hypothèse :

Manipulateur à **chaîne ouverte simple** avec  $n + 1$  segments liés par  $n$  articulations (rotoïdes ou prismatiques):

- Par convention, le segment 0 est fixé au sol
- Chaque articulation fournit au manipulateur 1 DDL qui correspond à la variable de l'articulation

# Modèle géométrique direct

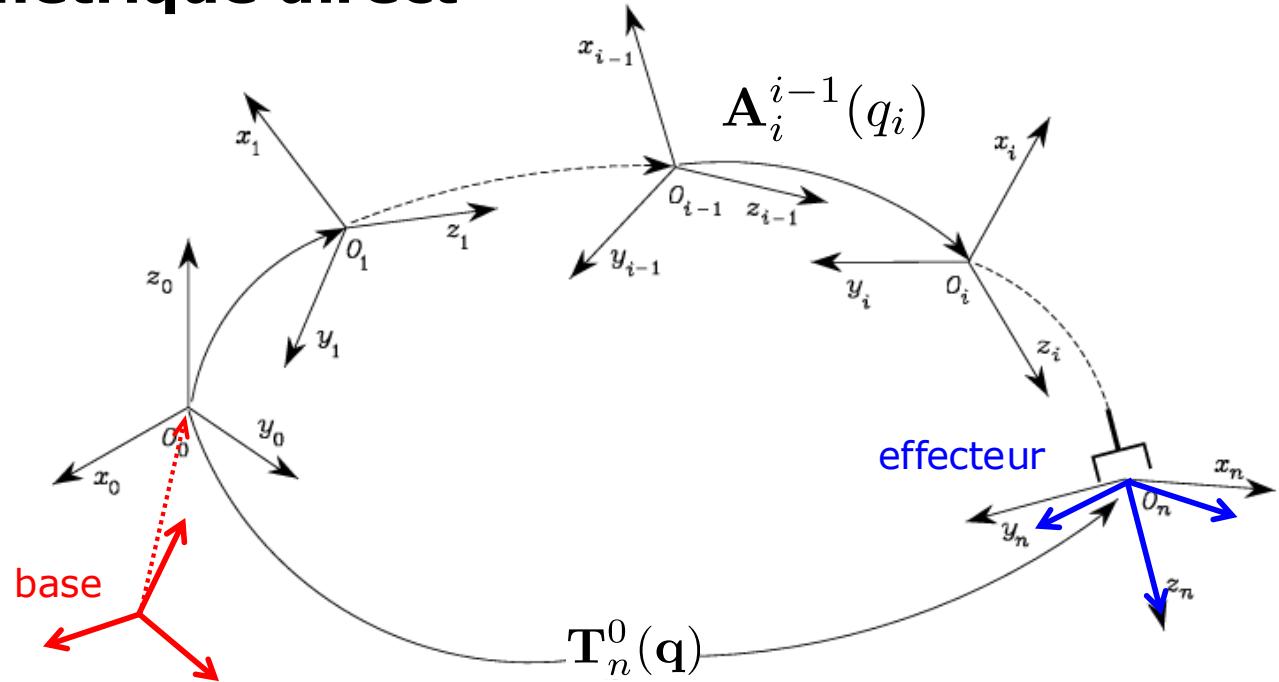


Procédure pour déterminer le  
**modèle géométrique direct :**

1. Définir les repères associés à chacun des  $n + 1$  segments
2. Déterminer la transformation de coordonnées entre deux segments consécutifs  $A_i^{i-1}(q_i)$ ,  $i \in \{1, \dots, n\}$
3. Déterminer, de façon recursive, la transformation totale entre le repère  $n$  et le repère  $0$ , c'est-à-dire :

$$T_n^0(q) = A_1^0(q_1) A_2^1(q_2) \cdots A_n^{n-1}(q_n)$$

# Modèle géométrique direct



**Attention:** la transformation de coordonnées effective qui décrit la pose de l'*effecteur* par rapport à la *base* est donnée par :

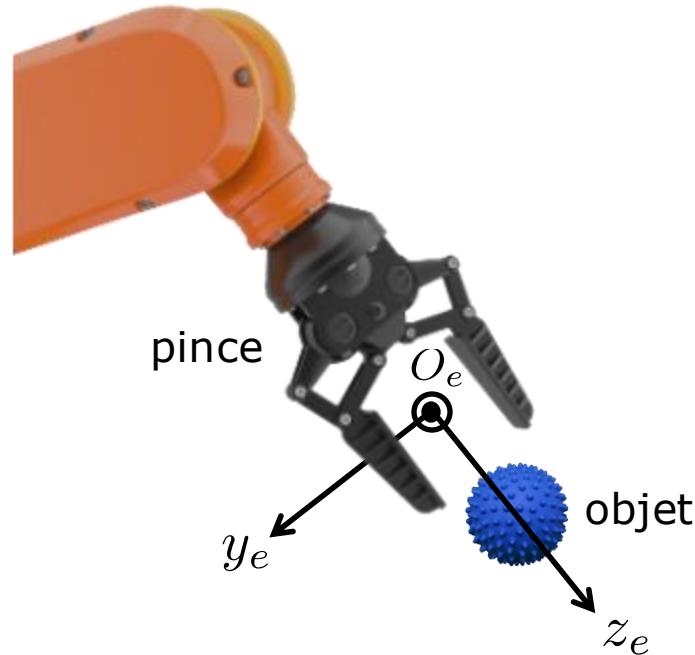
$$T_e^b(\mathbf{q}) = T_0^b T_n^0(\mathbf{q}) T_e^n$$

Matrice de transformation (*constante*) qui décrit la pose du *repère 0* par rapport au *repère de la base*

Matrice de transformation (*constante*) qui décrit la pose du *repère de l'effecteur* par rapport au *repère n* (*repère de la flange*)

# Choix du repère de la pince

Si l'effecteur est une **pince**,  
comment positionner le repère ?

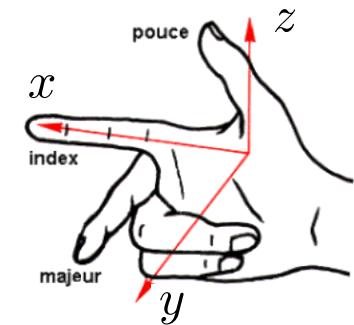


- Origin  $O_e$ : au centre de la pince
- Axe  $z_e$ : direction de rapprochement de l'objet à saisir
- Axe  $y_e$  : orthogonal à  $z_e$  dans le plan de glissement des becs de la pince
- Axe  $x_e$ : orthogonal aux autres axes pour avoir un repère direct (règle de la main droite)

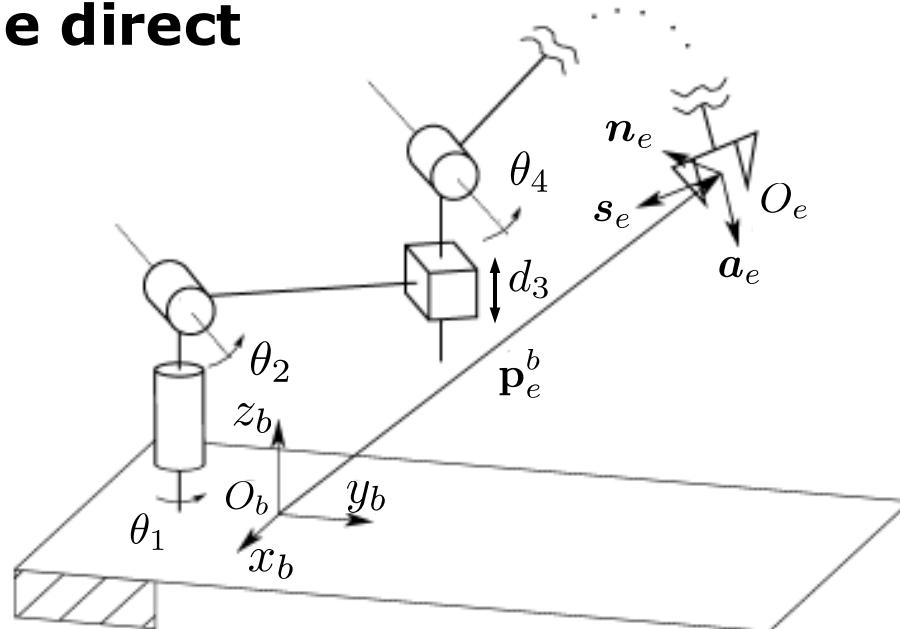
---

Rappel les symboles :

- la flèche sort de la page
- ⊗ la flèche entre dans la page



# Modèle géométrique direct



Procédure à suivre pour déterminer le MGD :

1. Définir les repères associés à chaque segment :  $0, 1, \dots, n$

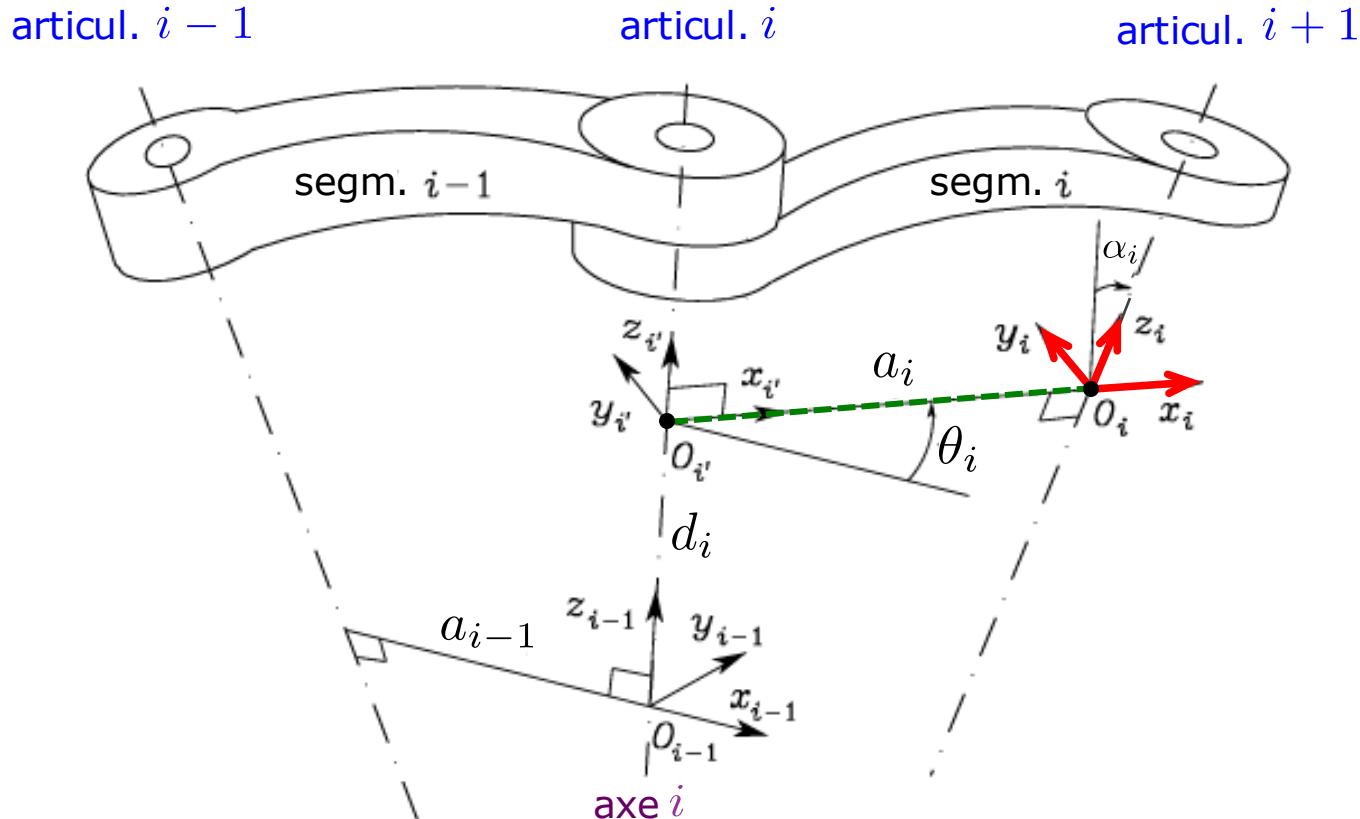
Mais:

- Comment définir les repères avec des manipulateurs complexes, avec un grand nombre d'articulations ?
- Il faut disposer d'une procédure **systematique et générale**

**Solution:** Convention de Denavit-Hartenberg (DH)

# Convention de Denavit-Hartenberg

**Objectif:** 1) déterminer les repères associés à *deux segments consécutifs*,  
2) calculer la transformation de coordonnées entre les deux repères



## Notation:

L'**axe  $i$**  dénote l'axe de l'articulation qui rélie le *segment  $i-1$*  au *segment  $i$*

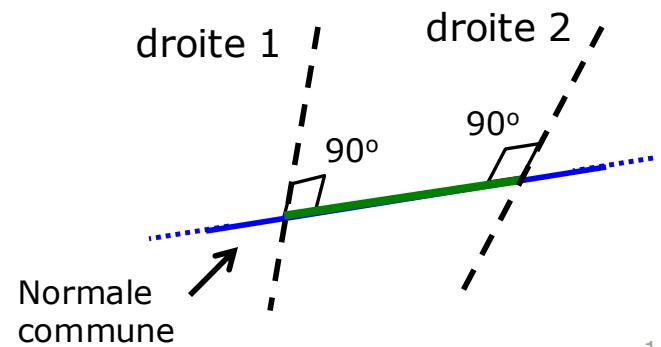
# Convention de Denavit-Hartenberg

La convention de Denavit Hartenberg (DH) est adoptée pour définir le **repère du segment  $i$** :

1. Choisir l'axe  $z_i$  le long de l'axe de l'articulation  $i + 1$
2. Placer l'origine  $O_i$  à l'intersection de l'axe  $z_i$  avec la *normale commune*\* aux axes  $z_{i-1}$  et  $z_i$ . Placer aussi  $O_{i'}$  à l'intersection de la normale commune avec l'axe  $z_{i-1}$
3. Choisir l'axe  $x_i$  le long de la normal commune aux axes  $z_{i-1}$  et  $z_i$  avec sens de l'articulation  $i$  à l'articulation  $i + 1$
4. Choisir l'axe  $y_i$  pour compléter le triplet d'un repère direct (on utilise la *règle de la main droite*)

## \*Remarque

La **normale commune** entre deux droites est la droite qui contient le **segment** à *distance minimale* entre les deux droites



# Convention de Denavit-Hartenberg

## Remarque [Cas particuliers]:

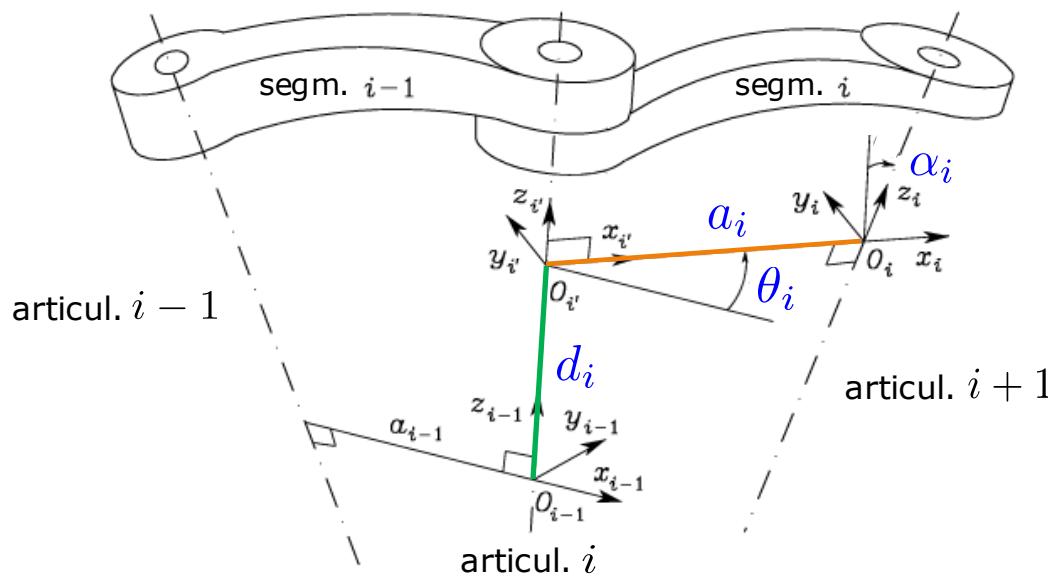
La convention de DH ne donne pas une définition **unique** de repère d'un segment dans les cas suivants:

- Pour le repère 0: seulement la direction de l'axe  $z_0$  est spécifiée. Par conséquent,  $O_0$  et  $x_0$  peuvent être choisis arbitrairement
- Pour le repère  $n$ : car il n'y a pas d'articulation  $n + 1$ ,  $z_n$  n'est pas défini de manière unique, tandis que  $x_n$  doit être orthogonal à l'axe  $z_{n-1}$ . Typiquement, l'articulation  $n$  est rotatoire et donc  $z_n$  doit être aligné avec la direction de  $z_{n-1}$
- Si deux axes consécutifs sont *parallèles* ( $\alpha_i = 0$ ), la normale commune entre les deux n'est pas définie de manière unique. On place  $O_i$  tel que  $d_i = 0$
- Si deux axes consécutifs se coupent ( $a_i = 0$ ), le sens de  $x_i$  est *arbitraire*. On place  $O_i$  à l'intersection des axes  $z_{i-1}$  et  $z_i$
- Si l'articulation  $i$  est *prismatique*, la direction de  $z_{i-1}$  est *arbitraire*

# Paramètres de Denavit-Hartenberg

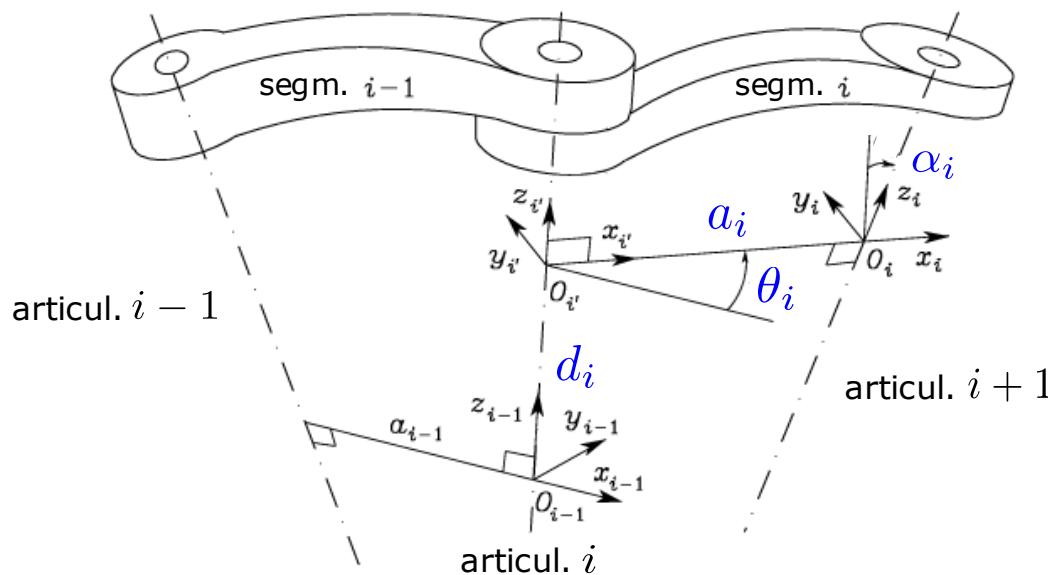
Une fois que les repères des segments ont été fixés, la position et l'orientation du repère  $i$  par rapport au repère  $i - 1$  est complètement spécifiée par les **quatre paramètres** suivants:

- $a_i$  : distance entre  $O_i$  et  $O_{i'}$
- $d_i$  : coordonnées de  $O_{i'}$  le long de l'axe  $z_{i-1}$
- $\alpha_i$  : angle entre les axes  $z_{i-1}$  et  $z_i$  autour de l'axe  $x_i$ .  $\alpha_i > 0$  si la rotation est faite dans le sens *antihoraire* ( $\alpha_i = 0$  si les axes sont *parallèles*)
- $\theta_i$  : angle entre les axes  $x_{i-1}$  et  $x_i$  autour de l'axe  $z_{i-1}$ .  $\theta_i > 0$  si la rotation est faite dans le sens *antihoraire*



# Paramètres de Denavit-Hartenberg

- Deux des quatre paramètres ( $a_i$  et  $\alpha_i$ ) sont toujours *constants*: ils ne dépendent que de la *géométrie* de connection des articulations consecutives définie par le segment  $i$
- Des paramètres restants, seulement un est *variable* et dépend du type d'articulation qui rélie le segment  $i - 1$  avec le segment  $i$ . En particulier:
  - Si l'articulation  $i$  est **rotoïde**, la variable est  $\theta_i$
  - Si l'articulation  $i$  est **prismatique**, la variable est  $d_i$



# Transformation homogène de DH

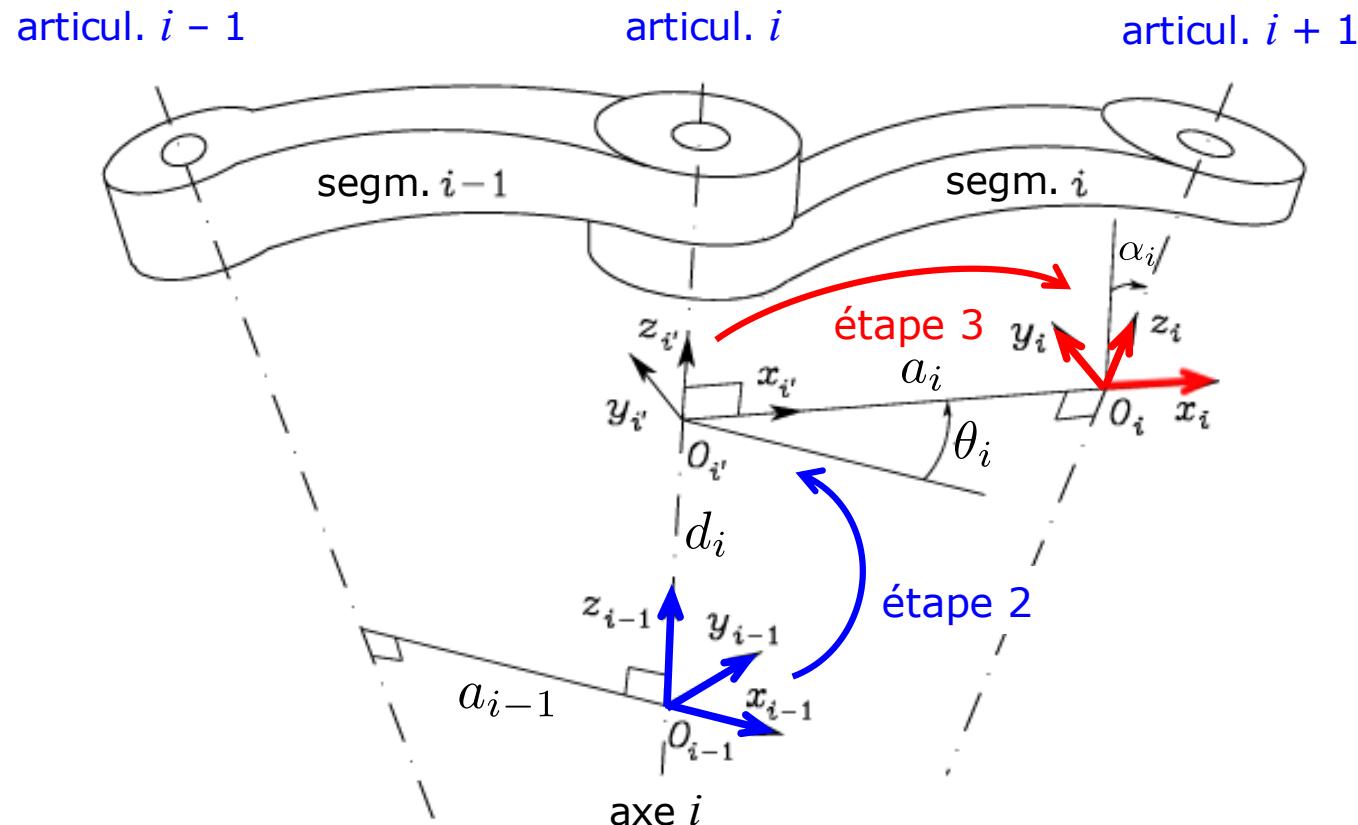
En conclusion, nous pouvons exprimer la *transformation de coordonnées* entre les repères  $i$  et  $i - 1$  en suivant les étapes suivantes:

1. Choisir un repère aligné avec le repère  $i - 1$
2. Faire une translation de  $d_i$  du repère choisi le long de l'axe  $z_{i-1}$  et faire une rotation de  $\theta_i$  autour de l'axe  $z_{i-1}$

Cette séquence aligne le repère courant avec le repère  $i'$  et elle est décrite par la matrice homogène:

$$\mathbf{A}_{i'}^{i-1} = \begin{bmatrix} \cos \theta_i & -\sin \theta_i & 0 & 0 \\ \sin \theta_i & \cos \theta_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

# Transformation homogène de DH



# Transformation homogène de DH

3. Faire une translation du repère aligné avec le repère  $i'$  de  $a_i$  le long de l'axe  $x_{i'}$  et faire une rotation de  $\alpha_i$  autour de l'axe  $x_{i'}$ . Cette séquence aligne le repère courant avec le repère  $i$  et elle est décrite par la matrice homogène :

$$\mathbf{A}_i^{i'} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a_i \\ 0 & \cos \alpha_i & -\sin \alpha_i & 0 \\ 0 & \sin \alpha_i & \cos \alpha_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

4. La *transformation finale* est obtenue en multipliant à droite les deux transformations précédentes :

$$\mathbf{A}_i^{i-1}(q_i) = \mathbf{A}_{i'}^{i-1} \mathbf{A}_i^{i'} = \begin{bmatrix} c_{\theta_i} & -s_{\theta_i}c_{\alpha_i} & s_{\theta_i}s_{\alpha_i} & a_i c_{\theta_i} \\ s_{\theta_i} & c_{\theta_i}c_{\alpha_i} & -c_{\theta_i}s_{\alpha_i} & a_i s_{\theta_i} \\ 0 & s_{\alpha_i} & c_{\alpha_i} & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Fonction seulement de  $q_i$

$q_i = \theta_i$  si l'articulation est *rotoïde*

$q_i = d_i$  si l'articulation est *prismatique*

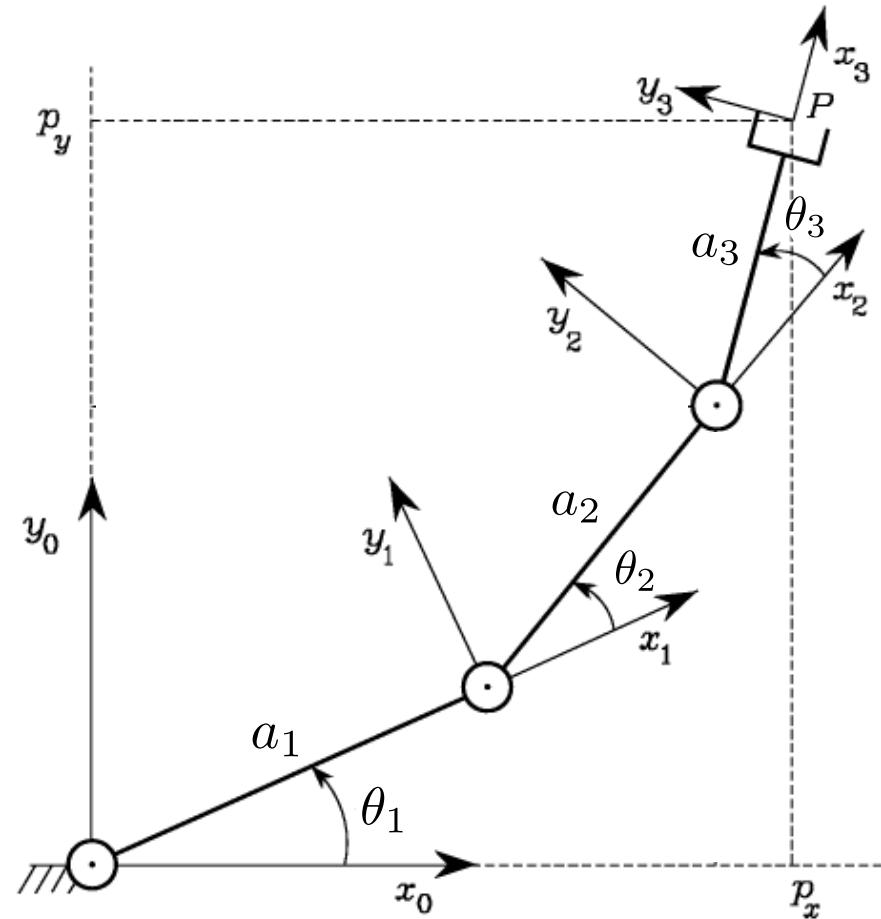
Avec l'abbreviation :

$c_{\theta_i} = \cos \theta_i, s_{\theta_i} = \sin \theta_i$

## **Exemples**

### **Modèle géométrique direct**

## Ex. 1 - Manipulateur planaire à 3 segments (RRR)



- Les axes des articulations rototoïdes sont tous *parallèles*
- Choix le plus simple des repères : axes  $x_i$  le long de la direction des segments correspondants (la direction de  $x_0$  est arbitraire) et tous situés dans le plan  $(x_0, y_0)$

# Manipulateur planaire à 3 segments

| Segment | $a_i$ | $\alpha_i$ | $d_i$ | $\theta_i$ |
|---------|-------|------------|-------|------------|
| 1       | $a_1$ | 0          | 0     | $\theta_1$ |
| 2       | $a_2$ | 0          | 0     | $\theta_2$ |
| 3       | $a_3$ | 0          | 0     | $\theta_3$ |

*Paramètres de DH*

Toutes les articulations sont rotoïdes, donc la matrice de transformation homogène a la même structure pour chacune des trois articulations :

$$\mathbf{A}_i^{i-1}(\theta_i) = \begin{bmatrix} \cos \theta_i & -\sin \theta_i & 0 & a_i \cos \theta_i \\ \sin \theta_i & \cos \theta_i & 0 & a_i \sin \theta_i \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad i \in \{1, 2, 3\}$$

# Manipulateur planaire à 3 segments

- La matrice de transformation totale est donc:

$$\mathbf{T}_3^0(\mathbf{q}) = \mathbf{A}_1^0 \mathbf{A}_2^1 \mathbf{A}_3^2 = \begin{bmatrix} c_{123} & -s_{123} & 0 & a_1c_1 + a_2c_{12} + a_3c_{123} \\ s_{123} & c_{123} & 0 & a_1s_1 + a_2s_{12} + a_3s_{123} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

où  $\mathbf{q} = [\theta_1, \theta_2, \theta_3]^T$  et  $c_{12} = \cos(\theta_1 + \theta_2)$ ,  $s_{123} = \sin(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3)$

## Remarque :

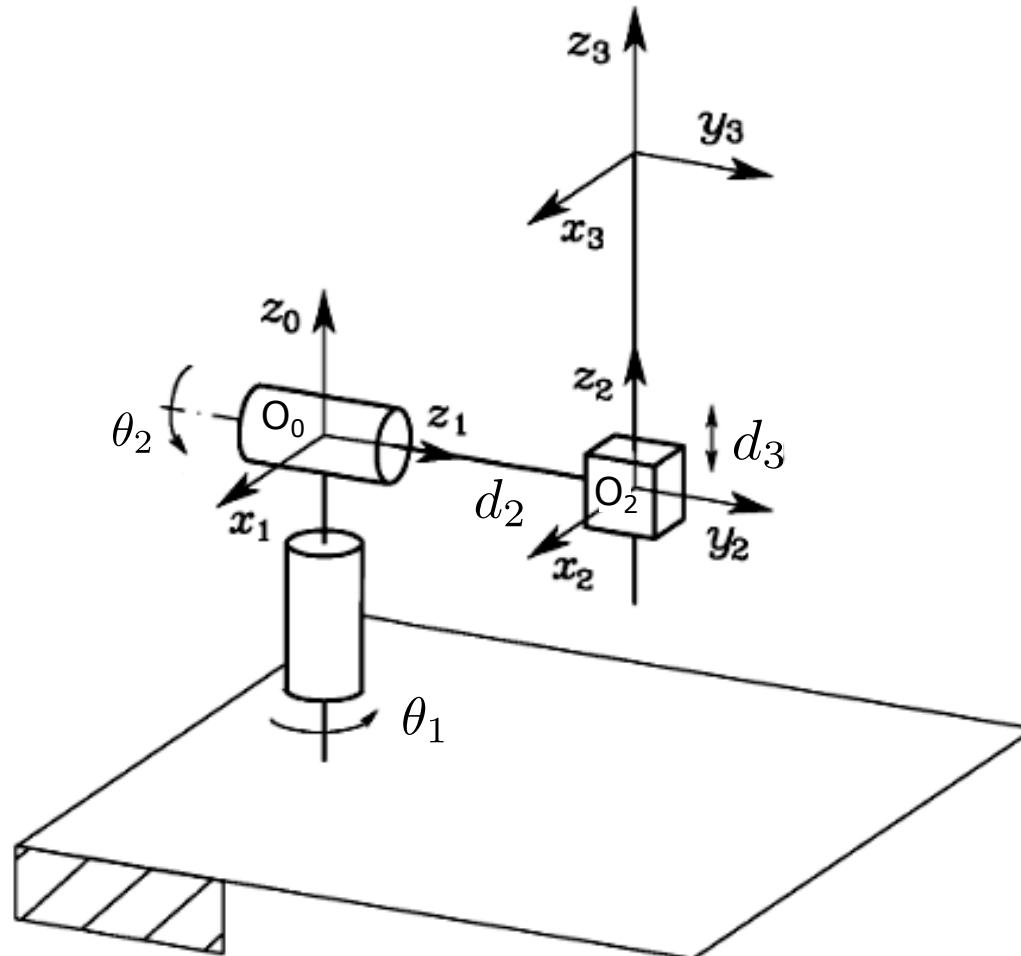
Le repère 3 ne coïncide pas avec le *repère de l'effecteur*: en effet, la direction de rapprochement de l'object à saisir par la pince est alignée avec le vecteur unitaire  $\mathbf{x}_3^0$  et pas avec  $\mathbf{z}_3^0$  (cf. la diapo "Choix du repère de la pince")

Il faudra donc calculer :  $\mathbf{T}_e^0(\mathbf{q}) = \mathbf{T}_3^0(\mathbf{q}) \mathbf{T}_e^3$

où, si les deux repères ont la même origine, la *transformation constante*  $\mathbf{T}_e^3$  (une rotation pure autour de l'axe  $y$ ) est :

$$\mathbf{T}_e^3 = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_y(\pi/2) & \mathbf{0}_{3 \times 1} \\ \mathbf{0}_{1 \times 3} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

## Ex. 2 – Manipulateur sphérique (RRP)



**Remarques:**

- L'origine du repère 0 est située à l'intersection des axes  $z_0$  et  $z_1$  de façon que  $d_1 = 0$
- L'origine du repère 2 est située à l'intersection des axes  $z_1$  et  $z_2$

# Manipulateur sphérique

| Segment | $a_i$ | $\alpha_i$ | $d_i$   | $\theta_i$ |
|---------|-------|------------|---------|------------|
| 1       | 0     | $-\pi/2$   | 0       | $\theta_1$ |
| 2       | 0     | $\pi/2$    | $d_2^*$ | $\theta_2$ |
| 3       | 0     | 0          | $d_3$   | 0          |

Tableau des paramètres de DH (\* :  $d_2$  n'est pas une variable)

Nous avons *deux articulations rotoides* et une *articulation prismatique*, donc il faut déterminer trois matrices de transformation

La 1<sup>re</sup> transformation est :

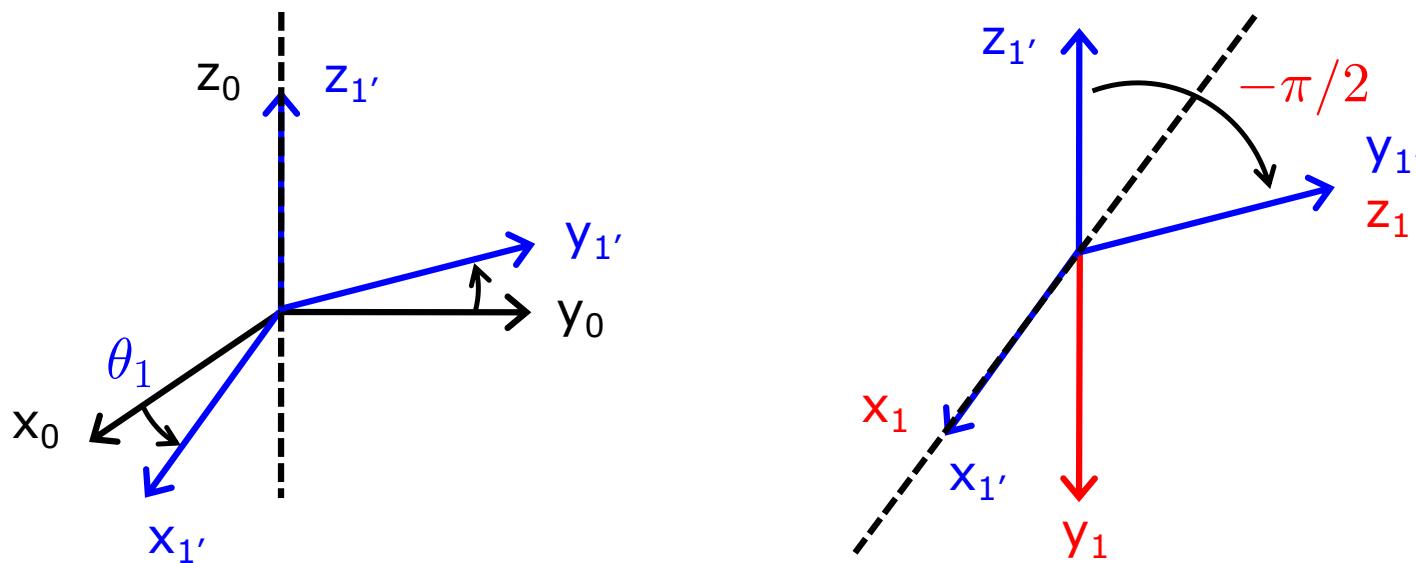
$$\mathbf{A}_1^0(\theta_1) = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_z(\theta_1)\mathbf{R}_x(-\pi/2) & \mathbf{0}_{3 \times 1} \\ \mathbf{0}_{1 \times 3} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_1 & 0 & -\sin \theta_1 & 0 \\ \sin \theta_1 & 0 & \cos \theta_1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

# Manipulateur sphérique

Dans notre cas  $a_1 = 0$ ,  $\alpha_1 = -\pi/2$ ,  $d_1 = 0$  et  $\theta_1 \neq 0$  (1<sup>re</sup> ligne du tableau de DH) :

$$\mathbf{A}_1^0(\theta_1) = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_z(\theta_1)\mathbf{R}_x(-\pi/2) & \mathbf{0}_{3 \times 1} \\ \mathbf{0}_{1 \times 3} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_1 & 0 & -\sin \theta_1 & 0 \\ \sin \theta_1 & 0 & \cos \theta_1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

En effet, graphiquement :

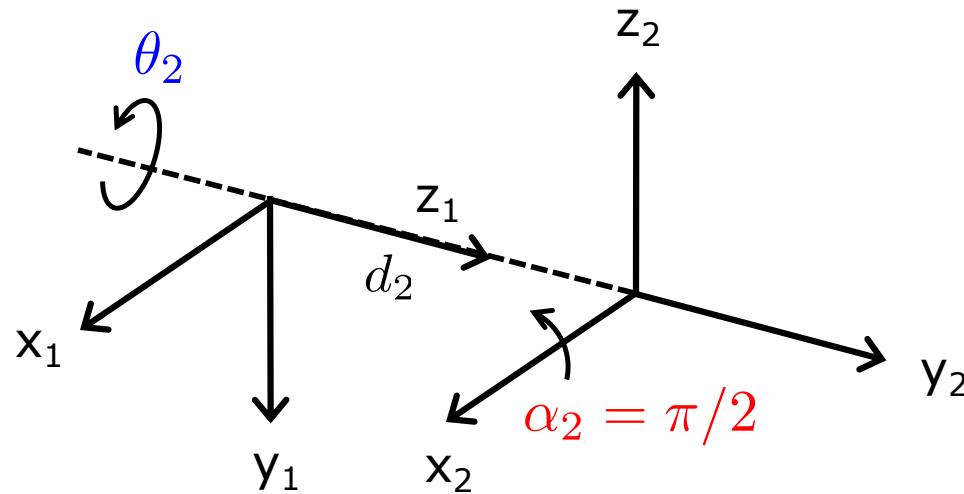


# Manipulateur sphérique

Maintenant,  $a_2 = 0$ ,  $\alpha_2 = \pi/2$ ,  $d_2 \neq 0$  et  $\theta_2 \neq 0$  (2<sup>e</sup> ligne du tableau de DH) :

$$\mathbf{A}_2^1(\theta_2) = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_z(\theta_2)\mathbf{R}_x(\pi/2) & 0 \\ 0 & d_2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_2 & 0 & \sin \theta_2 & 0 \\ \sin \theta_2 & 0 & -\cos \theta_2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & d_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

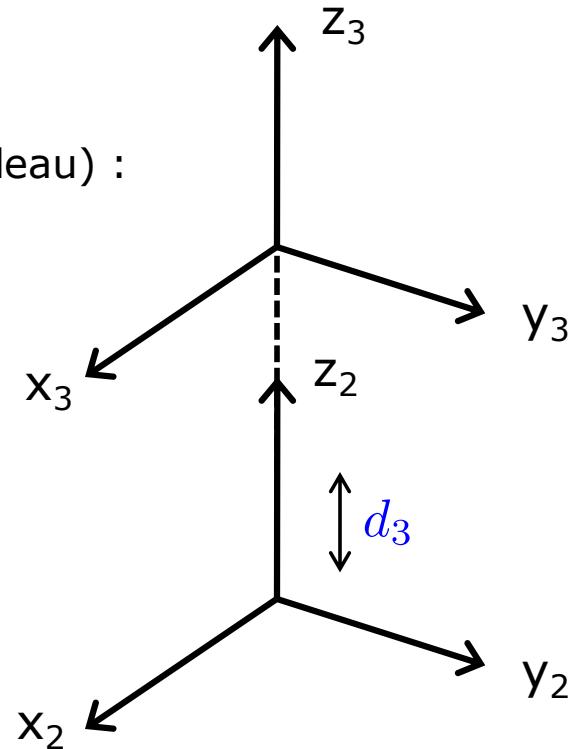
Graphiquement :



# Manipulateur sphérique

Enfin,  $a_3 = 0$ ,  $\alpha_3 = 0$ ,  $d_3 \neq 0$  et  $\theta_3 = 0$  (3<sup>e</sup> ligne du tableau) :

$$\mathbf{A}_3^2(d_3) = \begin{bmatrix} & & 0 \\ & \mathbf{I}_3 & 0 \\ & & d_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



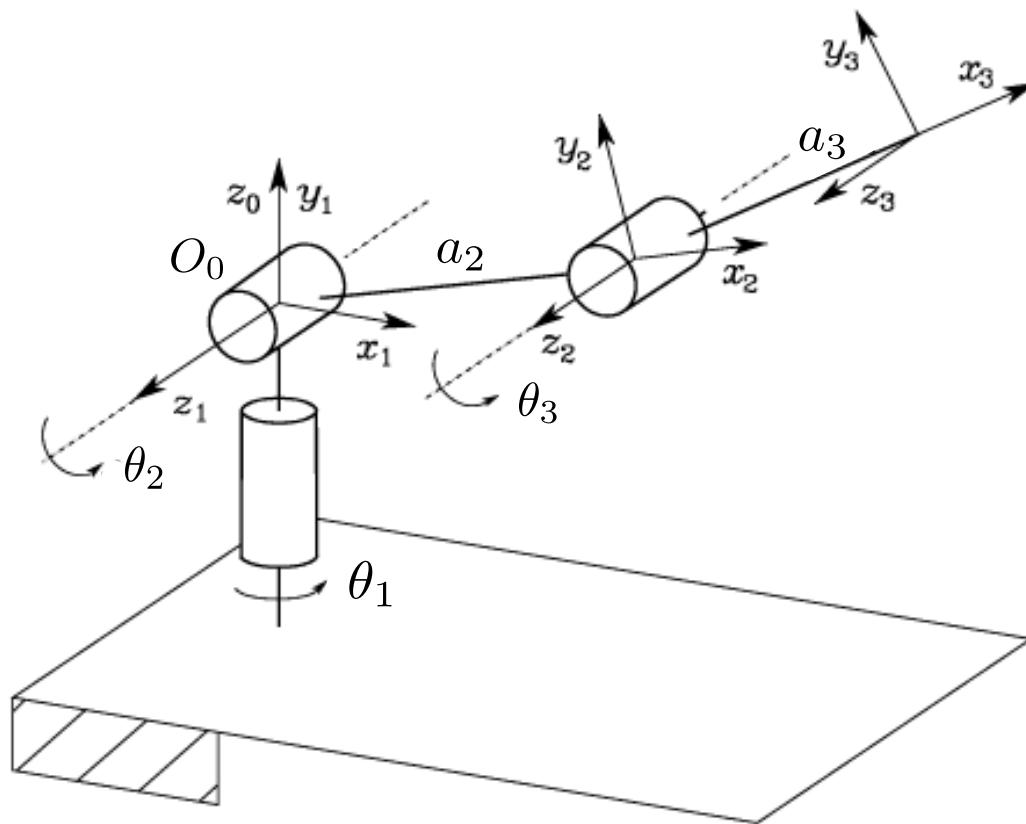
Évidemment, la 3<sup>e</sup> articulation n'a aucune incidence sur l'orientation de l'effecteur

**Conclusion :**

$$\mathbf{T}_3^0(\mathbf{q}) = \mathbf{A}_1^0 \mathbf{A}_2^1 \mathbf{A}_3^2 = \begin{bmatrix} c_1 c_2 & -s_1 & c_1 s_2 & c_1 s_2 d_3 - s_1 d_2 \\ s_1 c_2 & c_1 & s_1 s_2 & s_1 s_2 d_3 + c_1 d_2 \\ -s_2 & 0 & c_2 & c_2 d_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

où  $\mathbf{q} = [\theta_1, \theta_2, d_3]^T$  et  $c_1 = \cos \theta_1$ ,  $s_1 = \sin \theta_1$

## Ex. 3 – Manipulateur anthropomorphe (RRR)



### Remarques:

- Le robot anthropomorphe correspond à un robot planaire à 2 segments avec une rotation supplémentaire autour d'un axe du plan
- L'origine du repère 0 est située à l'intersection des axes  $z_0$  et  $z_1$
- Les axes  $z_1$  et  $z_2$  sont parallèles

# Manipulateur anthropomorphe

| Segment | $a_i$ | $\alpha_i$ | $d_i$ | $\theta_i$ |
|---------|-------|------------|-------|------------|
| 1       | 0     | $\pi/2$    | 0     | $\theta_1$ |
| 2       | $a_2$ | 0          | 0     | $\theta_2$ |
| 3       | $a_3$ | 0          | 0     | $\theta_3$ |

Paramètres de DH

Nous avons 3 *articulations rototoïdes*

La 1<sup>re</sup> transformation est :

$$\mathbf{A}_1^0(\theta_1) = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_z(\theta_1)\mathbf{R}_x(\pi/2) & \mathbf{0}_{3 \times 1} \\ \mathbf{0}_{1 \times 3} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_1 & 0 & \sin \theta_1 & 0 \\ \sin \theta_1 & 0 & -\cos \theta_1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

# Manipulateur anthropomorphe

Pour les deux articulations rotoides restantes (articulation 2 et 3) :

$$\mathbf{A}_{i-1}^i(\theta_i) = \begin{bmatrix} \cos \theta_i & -\sin \theta_i & 0 & a_i \cos \theta_i \\ \sin \theta_i & \cos \theta_i & 0 & a_i \sin \theta_i \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad i \in \{2, 3\}$$

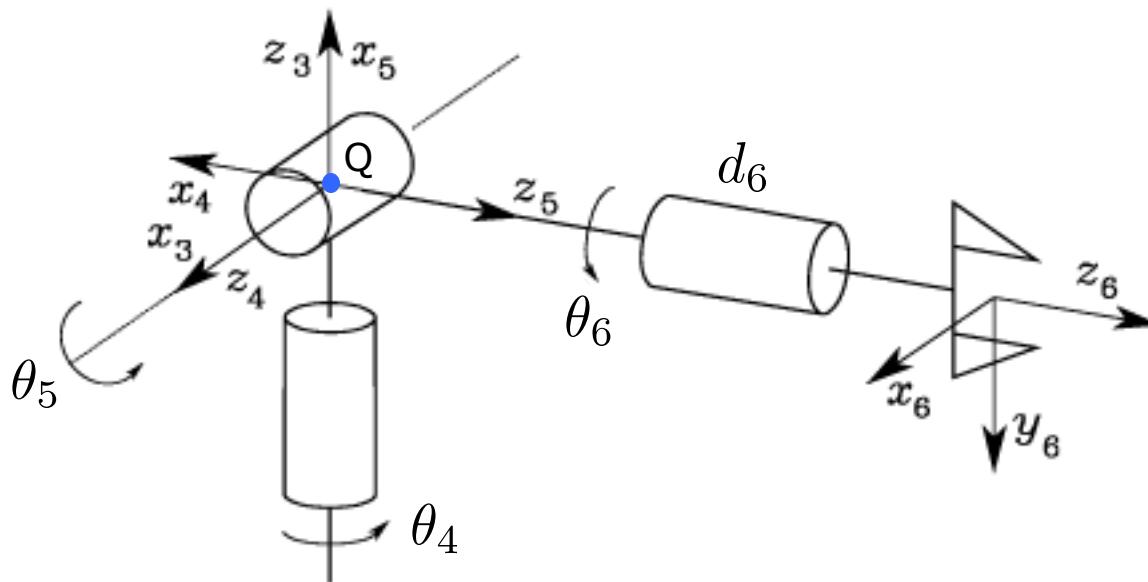
**Conclusion :**

$$\mathbf{T}_3^0(\mathbf{q}) = \mathbf{A}_1^0 \mathbf{A}_2^1 \mathbf{A}_3^2 = \begin{bmatrix} c_1 c_{23} & -c_1 s_{23} & s_1 & c_1(a_2 c_2 + a_3 c_{23}) \\ s_1 c_{23} & -s_1 s_{23} & -c_1 & s_1(a_2 c_2 + a_3 c_{23}) \\ s_{23} & c_{23} & 0 & a_2 s_2 + a_3 s_{23} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

où  $\mathbf{q} = [\theta_1, \theta_2, \theta_3]^T$  et  $c_1 = \cos \theta_1, s_1 = \sin \theta_1$

$$c_{23} = \cos(\theta_2 + \theta_3), \quad s_{23} = \sin(\theta_2 + \theta_3)$$

## Ex. 4 – Poignet de type rotule (ou sphérique)



- Les variables des articulations sont numérotées à partir de "4" car le poignet est typiquement monté sur un porteur à 3 DDL d'un robot à 6 DDL
- Les 3 axes des articulations rototoïdes sont *concourants* (c'est-à-dire, les axes se coupent en un même point Q, le point bleu en figure)
- Si les axes  $z_3, z_4, z_5$  ont été fixés et l'axe  $x_3$  a été choisi, la direction de  $x_4$  et de  $x_5$  reste indéterminée

# Poignet de type rotule

| Segment | $a_i$ | $\alpha_i$ | $d_i$   | $\theta_i$ |
|---------|-------|------------|---------|------------|
| 4       | 0     | $-\pi/2$   | 0       | $\theta_4$ |
| 5       | 0     | $\pi/2$    | 0       | $\theta_5$ |
| 6       | 0     | 0          | $d_6^*$ | $\theta_6$ |

*Paramètres de DH*

Nous avons *trois articulations rotoides*

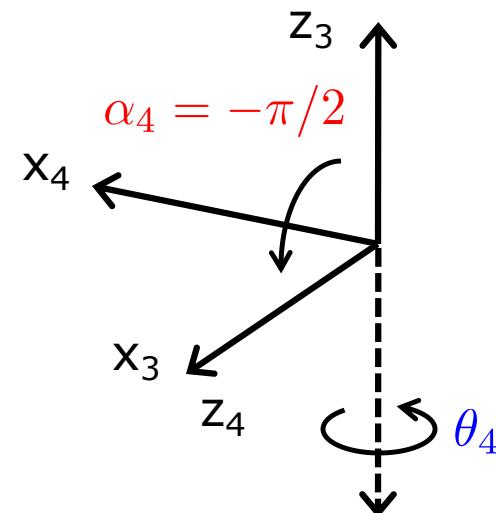
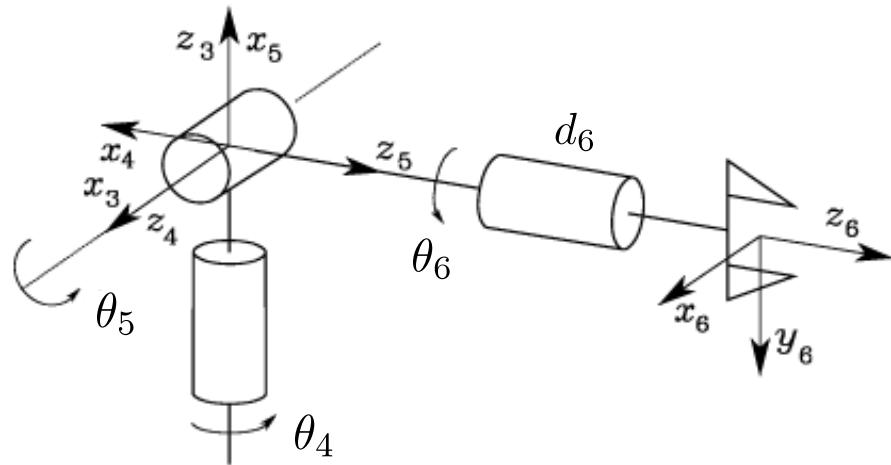
La 1<sup>re</sup> transformation est (cf. la 1<sup>re</sup> transformation du manipulateur sphérique) :

$$\mathbf{A}_4^3(\theta_4) = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_z(\theta_4)\mathbf{R}_x(-\pi/2) & \mathbf{0}_{3 \times 1} \\ \mathbf{0}_{1 \times 3} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_4 & 0 & -\sin \theta_4 & 0 \\ \sin \theta_4 & 0 & \cos \theta_4 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

## Poignet de type rotule

$$\mathbf{A}_4^3(\theta_4) = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_z(\theta_4)\mathbf{R}_x(-\pi/2) & \mathbf{0}_{3 \times 1} \\ \mathbf{0}_{1 \times 3} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_4 & 0 & -\sin \theta_4 & 0 \\ \sin \theta_4 & 0 & \cos \theta_4 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Graphiquement :

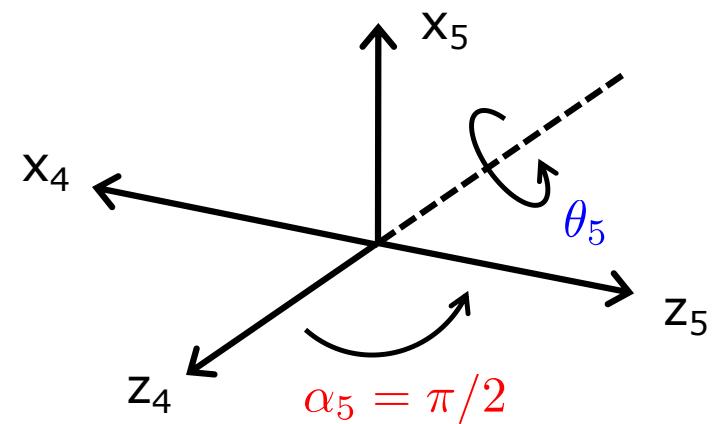
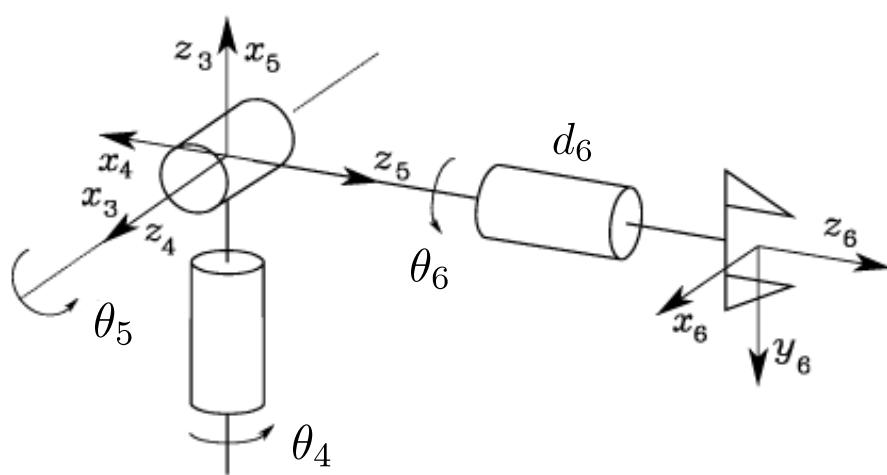


# Poignet de type rotule

La 2<sup>e</sup> transformation est (cf. la 1<sup>re</sup> transformation du man. anthropomorphe) :

$$\mathbf{A}_5^4(\theta_5) = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_z(\theta_5)\mathbf{R}_x(\pi/2) & \mathbf{0}_{3 \times 1} \\ \mathbf{0}_{1 \times 3} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_5 & 0 & \sin \theta_5 & 0 \\ \sin \theta_5 & 0 & -\cos \theta_5 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Graphiquement :

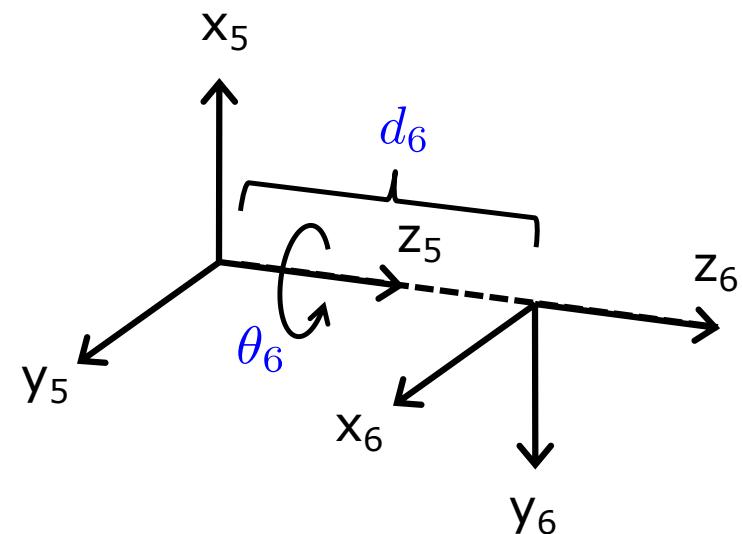
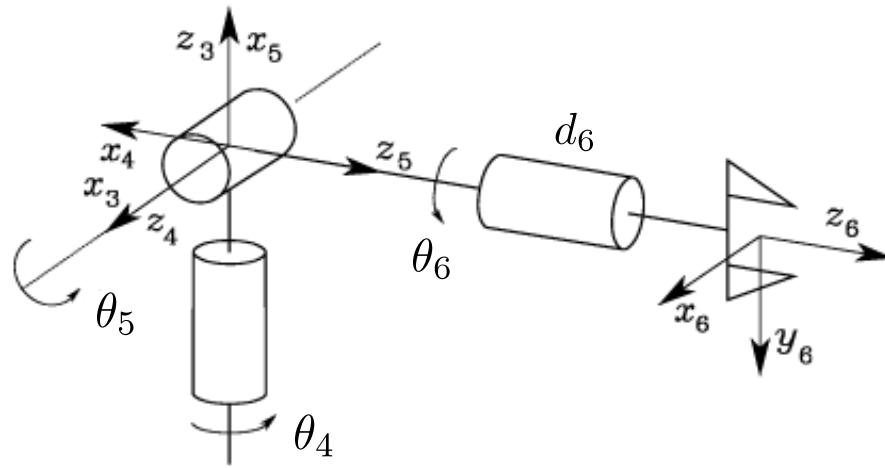


# Poignet de type rotule

Enfin :

$$\mathbf{A}_6^5(\theta_6) = \begin{bmatrix} & & 0 \\ \mathbf{R}_z(\theta_6) & 0 \\ & d_6 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_6 & -\sin \theta_6 & 0 & 0 \\ \sin \theta_6 & \cos \theta_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_6 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Graphiquement :

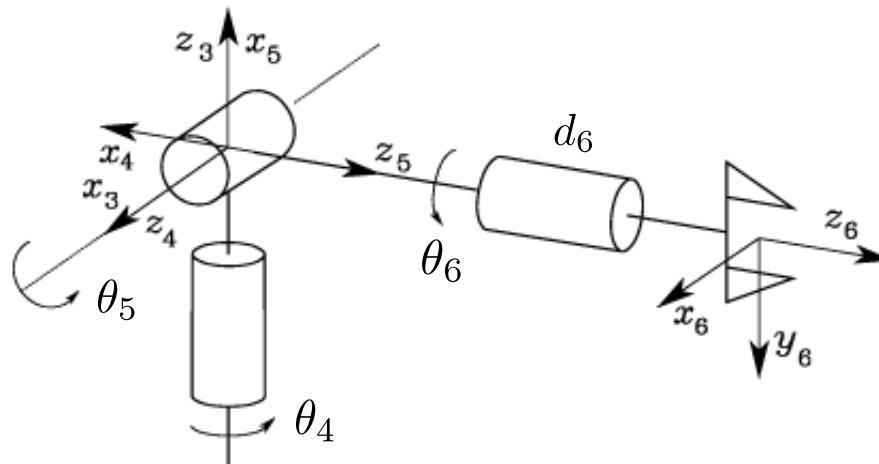


# Poignet de type rotule

Conclusion :

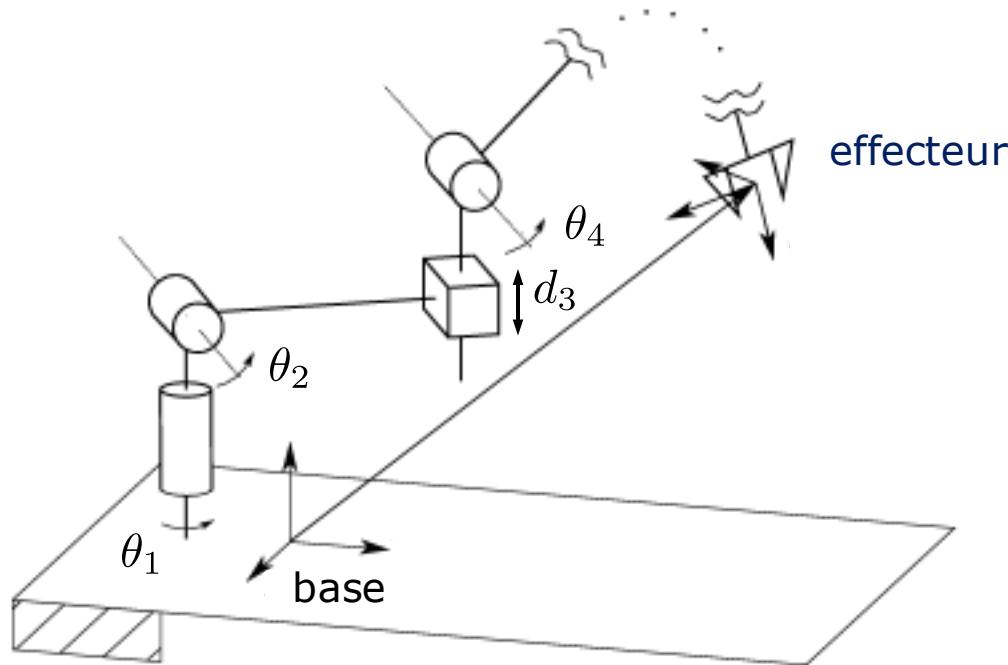
$$\mathbf{T}_6^3(\mathbf{q}) = \mathbf{A}_4^3 \mathbf{A}_5^4 \mathbf{A}_6^5 = \begin{bmatrix} c_4 c_5 c_6 - s_4 s_6 & -c_4 c_5 s_6 - s_4 c_6 & c_4 s_5 & c_4 s_5 d_6 \\ s_4 c_5 c_6 + c_4 s_6 & -s_4 c_5 s_6 + c_4 c_6 & s_4 s_5 & s_4 s_5 d_6 \\ -s_5 c_6 & s_5 s_6 & c_5 & c_5 d_6 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

où  $\mathbf{q} = [\theta_4, \theta_5, \theta_6]^T$



**Remarque :** Les vecteurs unitaires du repère 6 coïncident avec les vecteurs unitaires d'un repère admissible pour l'effecteur

# Espace opérationnel et articulaire d'un robot



**Objectif :** spécifier une tâche pour l'effecteur d'un manipulateur à  $n$  articulations

On peut décrire la pose de l'effecteur du robot avec un vecteur  $m \times 1$  ( $m \leq n$ ) :

$$\mathbf{x}_e = \begin{bmatrix} \mathbf{p}_e \\ \boldsymbol{\phi}_e \end{bmatrix}$$

Position de l'effecteur

Orientation de l'effecteur: on utilise une représentation minimale (par ex. un triplet d'angles d'Euler)

# Espace opérationnel et articulaire d'un robot

Le vecteur  $\mathbf{x}_e$  est défini dans l'espace où la *tâche du manipulateur est spécifiée*

Cet espace est appelé **espace opérationnel**

---

En revanche, l'**espace articulaire** (ou *espace de configuration*) dénote l'espace où le vecteur des variables articulaires

$$\mathbf{q} = [q_1, q_2, \dots, q_n]^T$$

est défini. On a  $q_i = \theta_i$  si l'articulation est rotatoire et  $q_i = d_i$  si l'articulation est prismatique

On peut écrire le *modèle géométrique direct*, comme :

$$\mathbf{x}_e = \mathbf{f}(\mathbf{q})$$

où la fonction  $\mathbf{f}(\cdot)$ , *non linéaire* en général, permet de calculer les variables dans l'espace opérationnel à partir des variables dans l'espace articulaire

Si  $m < n$ , c'est-à-dire la dimension de l'espace opérationnel est inférieure à celle de l'espace articulaire, on dit que le robot est **intrinsèquement redondant**.  
Par ex. pour un robot industriel *standard* à 6 DDL,  $m = n = 6$

# Plan du cours

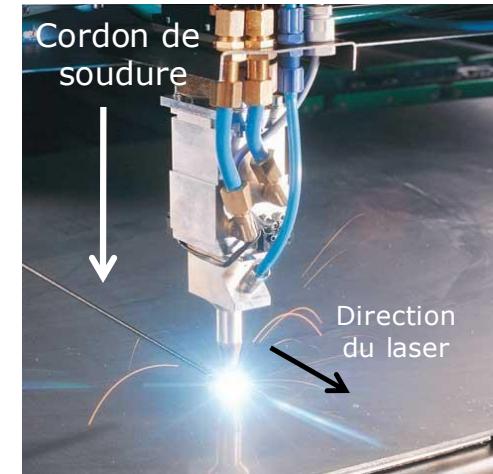
- Introduction
- Constituants et caractéristiques d'un robot
- Gammes de robots et secteurs d'activités
- Les baies de commandes, le boîtier d'apprentissage, les modes et la programmation d'un robot
- Actionneurs et capteurs d'un robot
- Repères et transformations homogènes
- Étude de cas: cellule robotisée de soudage



# **Introduction : Procédés de soudage pour robots industriels**

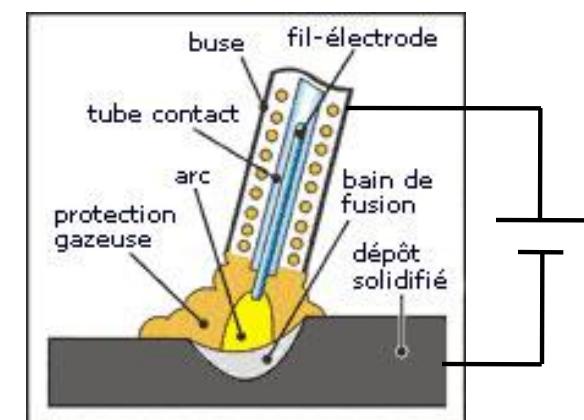
## 1. Soudage au laser

- Le soudage au laser est utilisé pour l'assemblage de pièces devant être effectué avec une *grande vitesse*, une *forme de cordon étroite et svelte*, et une *déformation thermique minime*
- Le soudage au laser offre de grands avantages pour la production de lots de *taille moyenne ou importante*



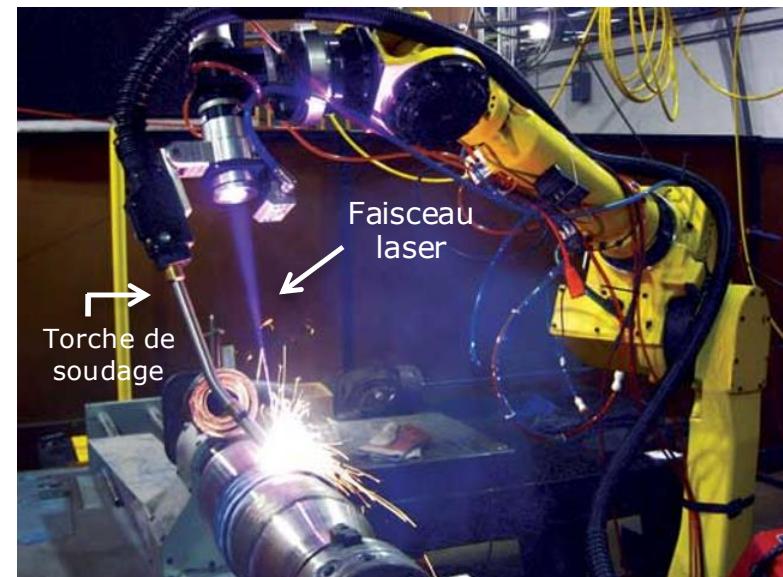
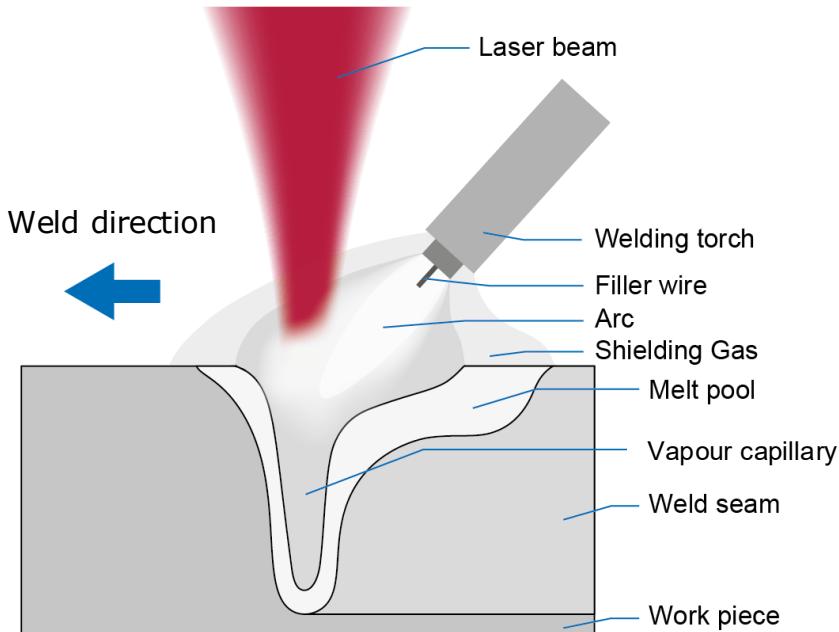
## 2. Soudage à l'arc sous protection gazeuse

- Le soudage à l'arc, s.a. ("arc welding"), sous protection gazeuse est un procédé de s.a. avec lequel le fil de soudage est amené de *façon automatique*
- Le métal liquide au point de soudage est *protégé contre l'oxydation* par certains gaz
- Le s.a. sous protection gazeuse comprend :
  - Le s.a. avec fil-électrode en atmosphère gazeuse (MSG) [voir la figure à droite]
  - Le s.a. en atmosphère inerte (TIG)
  - Le s.a. de plasma
  - Le s.a. à hydrogène atomique
  - Le s.a. magnetic (KUKA) : ce procédé permet d'assembler des profils creux ayant des épaisseurs allant jusqu'à 10 mm



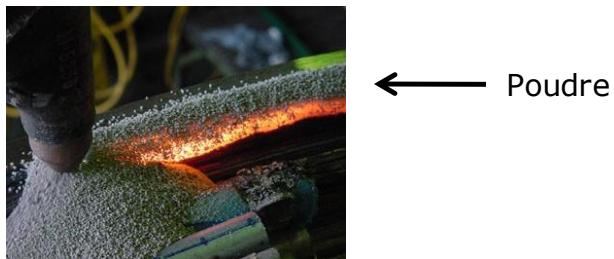
### 3. Soudage hybride arc-laser

- Le principe du soudage laser hybride permet de combiner les avantages du *soudage au laser* avec ceux du *soudage à l'arc sous protection gazeuse*
- Un rayon laser passant en premier réchauffe la surface de la pièce jusqu'à ce qu'elle atteigne la température d'évaporation. Il provoque ainsi une pénétration profonde et étroite
- Il est suivi par un arc créant un large foyer. Ceci permet d'obtenir une *petite zone affectée thermiquement*, mais une plus *grande pénétration* à la racine

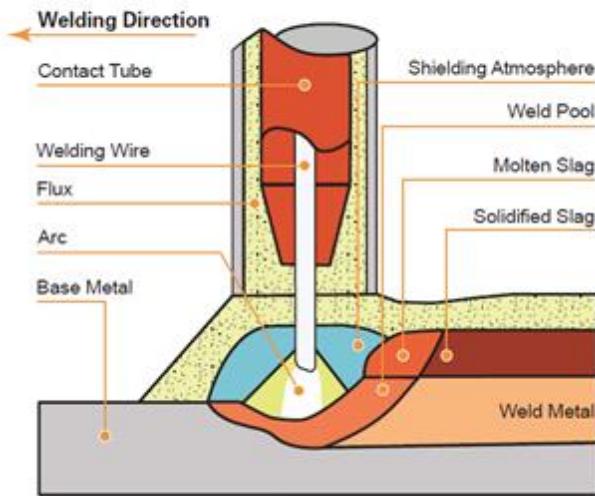


## 4. Soudage sous poudre (SAW = "Submerged Arc Welding")

- Le soudage sous poudre dispose de la *puissance de fusion la plus élevée* lors du procédé de soudage par fusion et permet ainsi d'atteindre des *vitesses très élevées*
- *Grande qualité* de cordon du point de vue métallurgique, mécanique et technologique
- *Absence d'émanations* grâce au recouvrement de l'arc et du bain de fusion avec de la poudre granuleuse ou des scories
- L'efficacité de ce procédé joue en faveur de *cordons longs* et de *tôles plus épaisses* : il est prédestiné pour de nombreuses applications dans le domaine des constructions métalliques, de conteneurs et de véhicules utilitaires

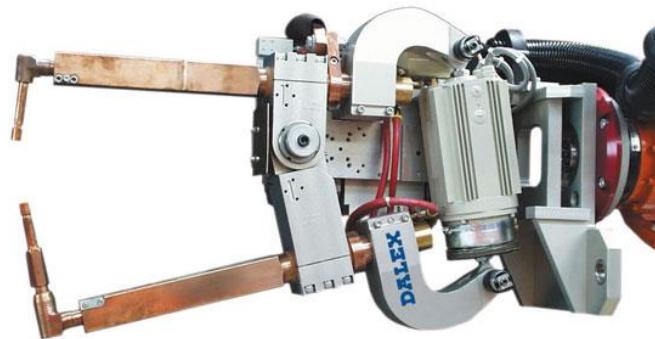


### Process

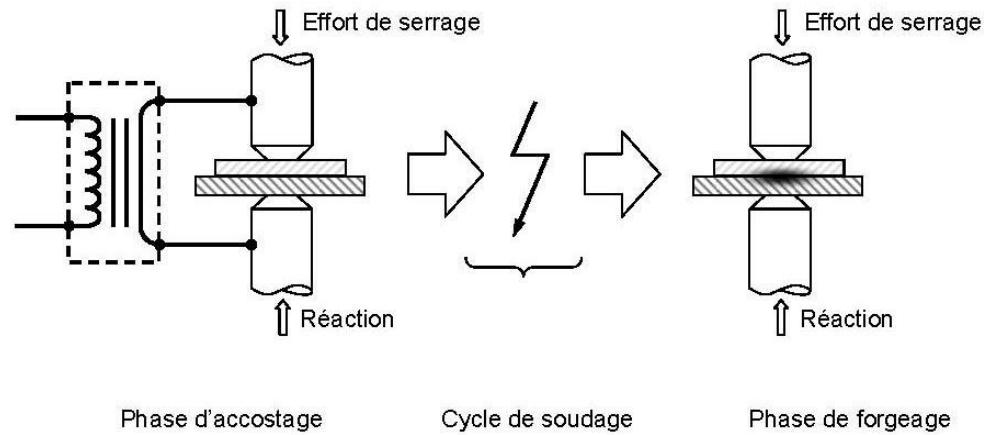


## 5. Soudage par points ("spot welding")

- Le soudage par points est un type de *soudage par résistance* lors duquel l'utilisation de *chaleur* et de *force*, soude les matériaux les uns avec les autres
- Avec le soudage par points, un bon contact doit être créé entre les tôles à souder. Ceci exige de *grandes forces* générées avec les électrodes de la pince de soudage
- Un *courant* est envoyé à travers le point de jonction. Ce courant réchauffe le matériel à cet endroit pour finalement le porter à fusion. Ensuite, le courant est coupé pour que le point de soudage durcisse. Afin de garantir la solidité du point de soudage, la pression mécanique doit être maintenue pendant cette opération

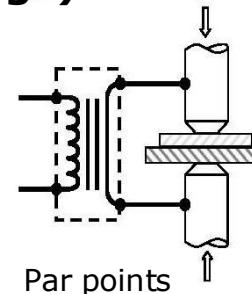


Exemple de pince de soudage par points d'un robot

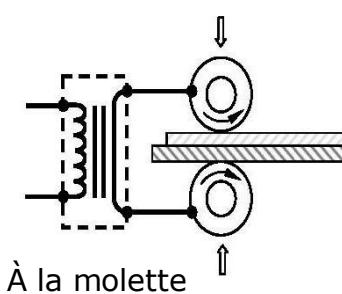


## 6. Soudage à la molette ("seam welding")

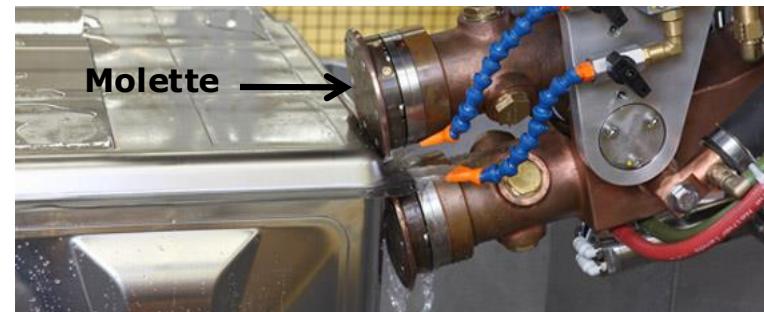
- Le soudage à la molette est un procédé de *soudage par résistance* issu directement du soudage par points
- Les électrodes sont développées en tant que *molettes en cuivre*
- Les molettes circulant au dessus et en-dessous des tôles à souder les poussent les unes contre les autres et transmettent simultanément le courant de soudage
- Le soudage à la molette se limite à l'assemblage de *fines tôles*
- Contrairement au soudage par points, le soudage à la molette est un *procédé continu*, du moins en ce qui concerne le mouvement relatif de l'électrode et de la pièce
- Les points de soudage sont générés par des *impulsions de courant*. Plus la fréquence des impulsions est élevée, plus les points de soudage sont proches les uns des autres
- Si le courant de soudage circule sans interruption, il est également possible de créer des *soudures étanches*



Par points



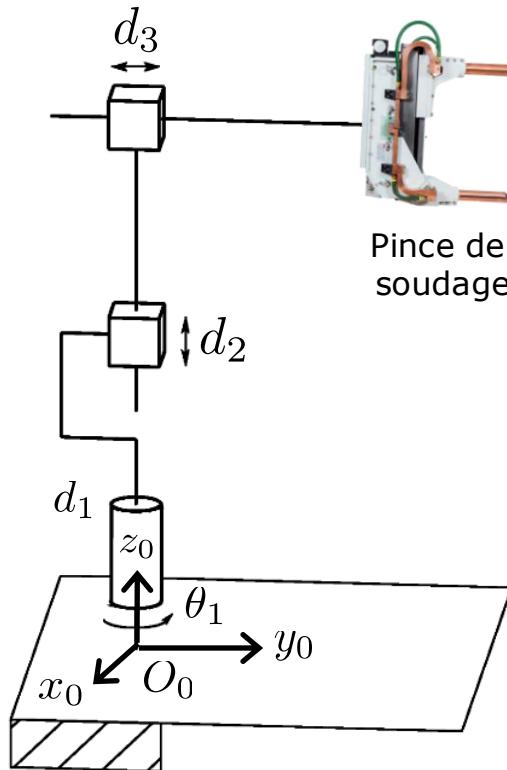
À la molette



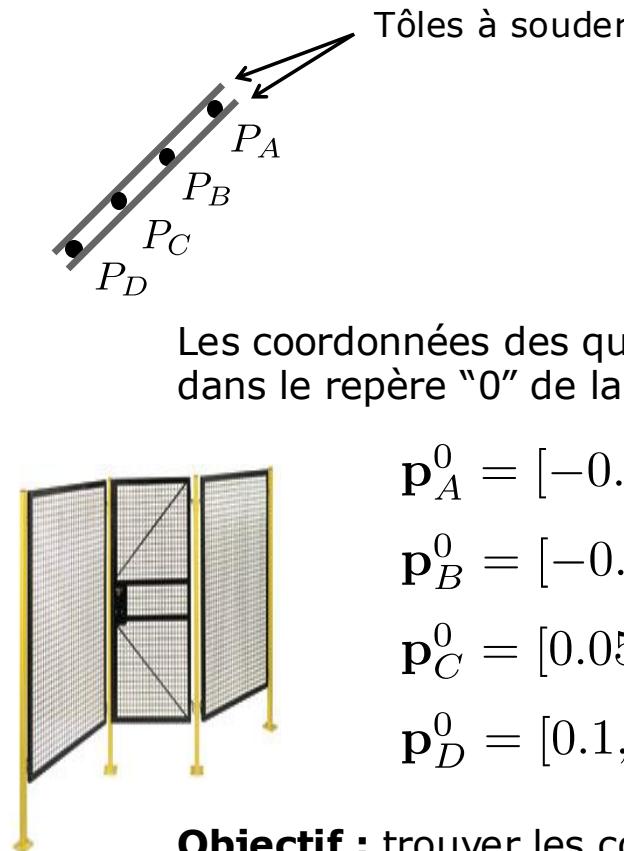
**TD3**

# - Cellule robotisée de soudage

**Manipulateur cylindrique (RPP)** avec pince de soudage par points



Cellule de soudage  
robotisé



Les coordonnées des quatre points à souder dans le repère "0" de la base sont (en mètres) :

$$\mathbf{p}_A^0 = [-0.1, 0.8, 1.5]^T$$

$$\mathbf{p}_B^0 = [-0.05, 0.8, 1.5]^T$$

$$\mathbf{p}_C^0 = [0.05, 0.8, 1.5]^T$$

$$\mathbf{p}_D^0 = [0.1, 0.8, 1.5]^T$$

**Objectif :** trouver les coordonnées des quatre points dans le repère de la pince du robot