

## TD 2 - Rotations et Transformations Homogènes

### Exercice 1 :

1. Le vecteur  $\overrightarrow{OP}$  de coordonnées  $[0, 1, 0]^T$  subit successivement une rotation de  $90^\circ$  autour de l'axe  $x$ , et de  $90^\circ$  autour de l'axe  $y$ . Donnez la matrice de transformation globale. Vérifiez graphiquement.
2. Trouvez les composants du vecteur  $\overrightarrow{OP} = [1, 1, 0]^T$  après une translation de  $[0, 0, 1]^T$  suivie d'une rotation de  $60^\circ$  autour de l'axe  $z$ .

### Exercice 2 :

1. Déterminer la matrice de transformation  $A$  correspondant à une rotation autour de l'axe  $x$  d'un angle  $\theta = 30^\circ$ , puis une translation le long de l'axe  $y$  d'une longueur  $d = 3$  m.
2. Déterminer la matrice de transformation  $A'$  correspondant à une translation le long de l'axe  $y$  d'une longueur  $d = 3$  m suivie d'une rotation autour de l'axe  $x$  de  $\theta = 30^\circ$ .
3. Vérifier graphiquement que le produit matriciel n'est pas commutatif.

### Exercice 3 :

On fait une rotation de  $\pi/2$  suivant l'axe  $y$ , suivie d'une translation de  $d = 2$  m suivant l'axe  $x$  et d'une rotation de  $-\pi/2$  suivant l'axe  $z$ .

1. Quelles sont les coordonnées du point dans le repère initial (de référence) sachant que ses coordonnées (homogènes) dans le repère final sont  $[0, 3, 0, 1]^T$  ? Vérifier le résultat graphiquement.
2. Connaissant les coordonnées (homogènes) d'un point  $[1, 2, 0, 1]^T$  dans le repère de référence, quelles sont ses coordonnées dans le repère final ? Trouver le résultat par deux méthodes différentes. Vérifier le résultat graphiquement.

### Exercice 4 (Modèle géométrique d'un manipulateur) :

Soit le manipulateur planaire à deux segments (RR) de la Figure 1 auquel un référentiel est associé à chaque articulation. En utilisant les matrices de transformation homogènes, déterminer la position et l'orientation de l'organe effecteur (point  $P$ ) par rapport à la base fixe (c'est-à-dire, par rapport au repère  $O-x_0 y_0 z_0$ ).

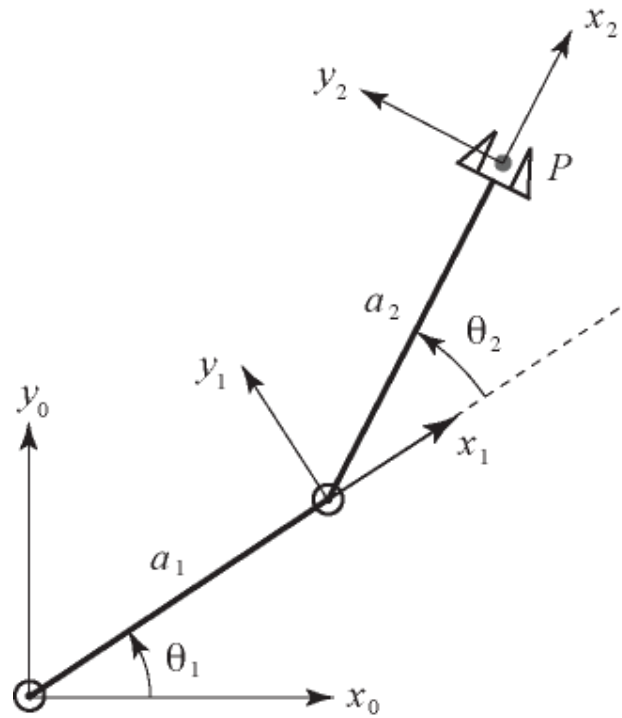


Figure 1 : Manipulateur planaire à deux segments (RR).

**Exercice 5** (Robot mobile) :

Le robot mobile Pioneer 3-AT montré dans la Figure 2 possède deux capteurs embarqués : une caméra, de repère  $O_C-x_Cy_Cz_C$ , et un laser, de repère  $O_L-x_Ly_Lz_L$ . Les repères  $O_W-x_Wy_Wz_W$  et  $O_R-x_Ry_Rz_R$  désignent respectivement le repère monde et le repère attaché au robot. Pour plus de simplicité, on fera l'hypothèse que l'origine  $O_R$  du repère robot coïncide avec le centre de gravité du robot. En sachant que les coordonnées du point  $P$  dans le repère caméra sont  $\mathbf{p}^C \in \mathbb{R}^3$ , déterminer  $\mathbf{p}^L$ ,  $\mathbf{p}^R$  et  $\mathbf{p}^W$ .

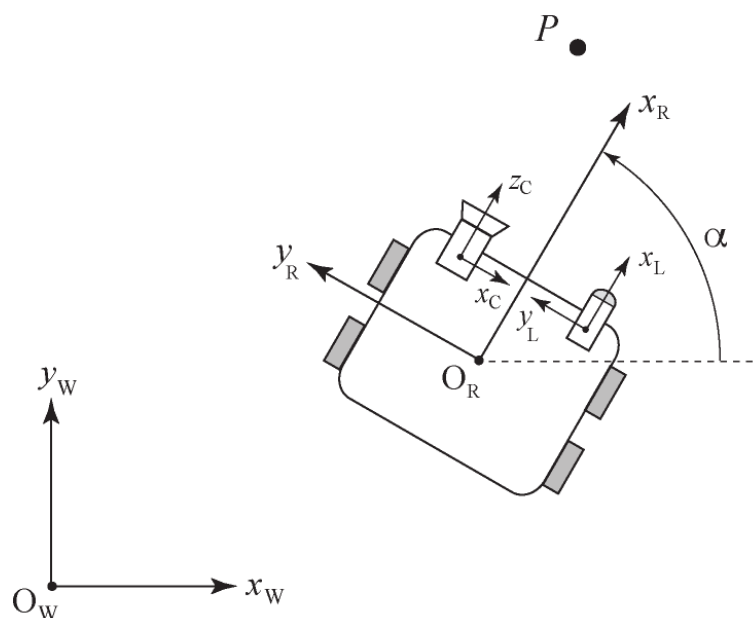


Figure 2 : Robot mobile avec caméra et laser embarqués.