

Localisation et navigation de robots

UPJV, Département EEA

M2 3EA, EC32, parcours RoVA

Année Universitaire 2022-2023

Fabio MORBIDI

Laboratoire MIS

Équipe Perception Robotique

E-mail: fabio.morbidi@u-picardie.fr

Mardi et mercredi 9h00-12h00
salle CURI 304: CM & TD
salle TP204: TP



Electronique

Energie Electrique

Automatique



Plan du chapitre

Stratégies de navigation

Partie 1

Architectures de contrôle

Partie 2

Navigation vers un but

Partie 3

Evitement d'obstacles

Partie 4

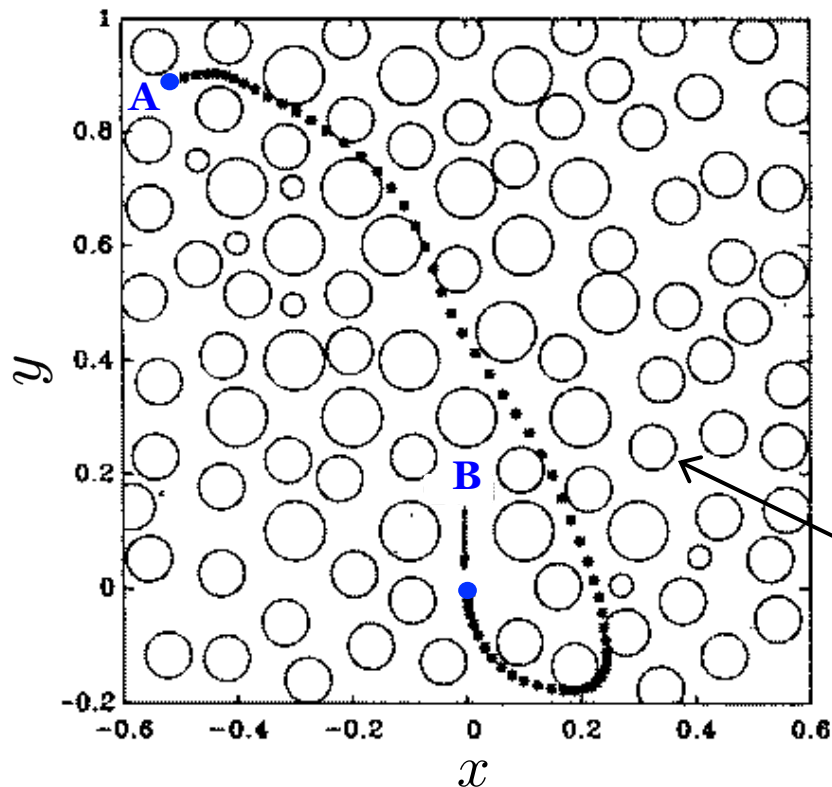
Partie 4: Evitement d'obstacles

Evitement d'obstacles: introduction

Obstacle

- *Statique ou dynamique*

Exemples: poteau, mur, marche, humain, voiture, autres robots



Objectif: déterminer un parcours de A à B qui permet au robot d'éviter les collisions avec les obstacles

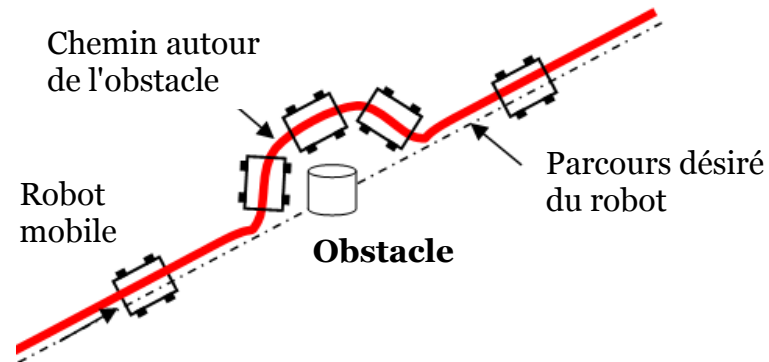
Evitement d'obstacles: géré normalement par un contrôleur de bas-niveau

Evitement d'obstacles: introduction

- Comportement de base indispensable au bon fonctionnement d'un robot dans un *environnement dynamique*
- Il faut gérer les écarts entre le modèle interne et le monde réel

Méthodes (pour des *obstacles statiques*):

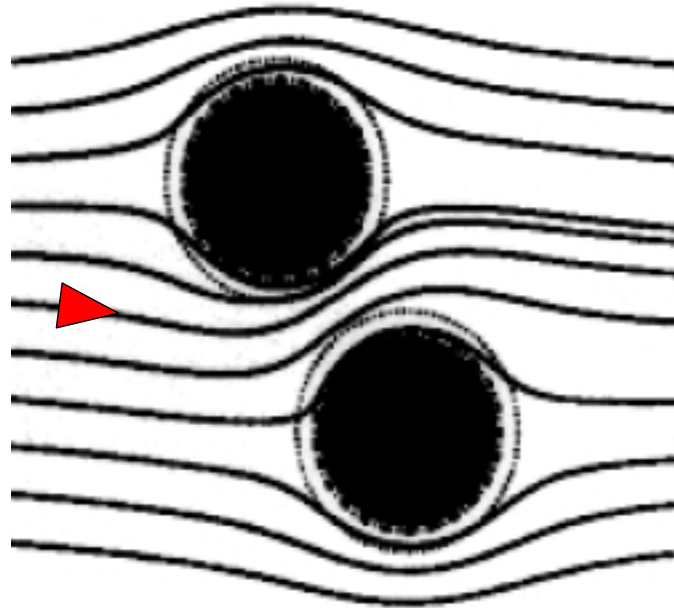
0. *Véhicule de Braitenberg* (approche réactif, pas de carte de l'environ.)
1. Champs de potentiel
2. Vector field histogram
3. Fenêtre dynamique
4. Graphe de Voronoï
5. Planification probabiliste: PRM, RRT



- Besoin de perceptions précises (ex. télémètres laser): avec sonars ou autres, une représentation *locale* de l'environnement, centrée sur le robot, peut être nécessaire
- Carte de l'environnement: *connue*
- Représentation de l'environnement: mtd. 1, 3, 4, 5 *déterministe*, mtd. 2 *probabiliste*

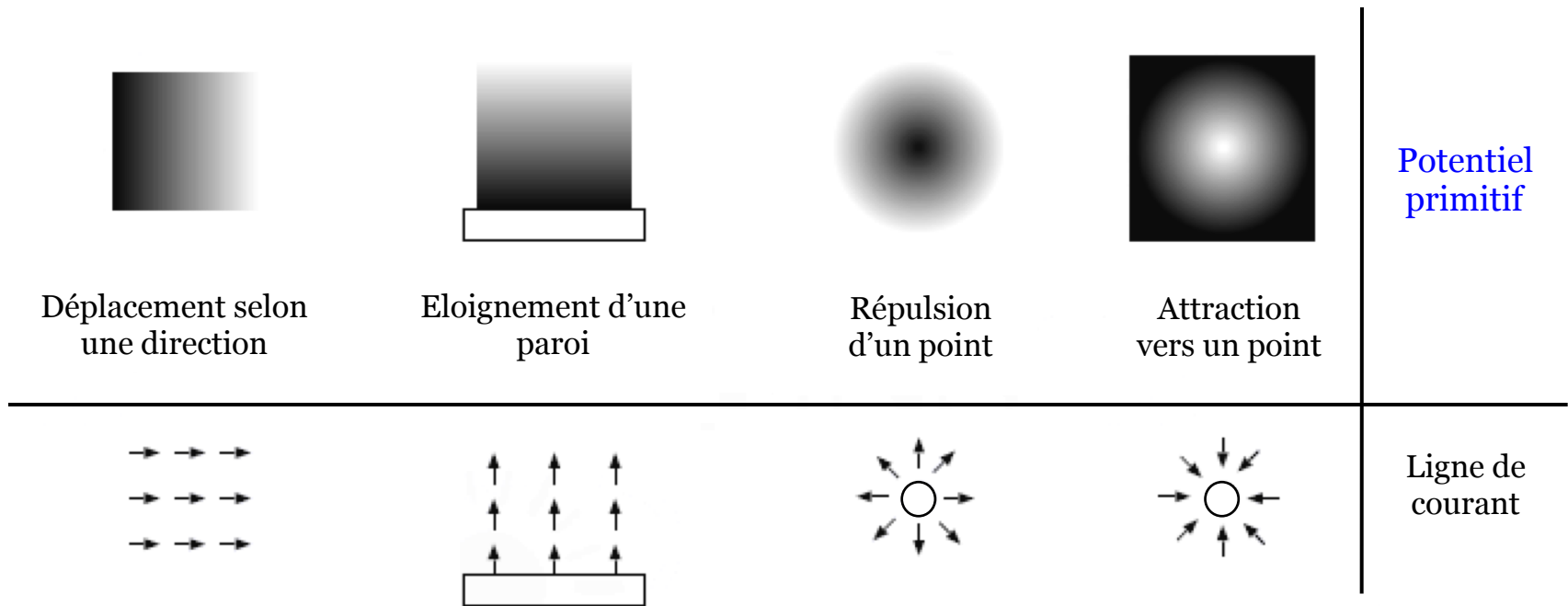
Partie 4: Evitement d'obstacles

1. Champs de potentiel



Champs de potentiel: introduction

- Robot: vu comme une *particule*
- Déplacement suivant les lignes de courant d'un potentiel obtenu par la perception de l'environnement



*“Real-time obstacle avoidance for manipulators and mobile robots”,
O. Khatib, Int. Journal of Robotics Research, vol. 5, n. 1, pp. 90-98, 1986*

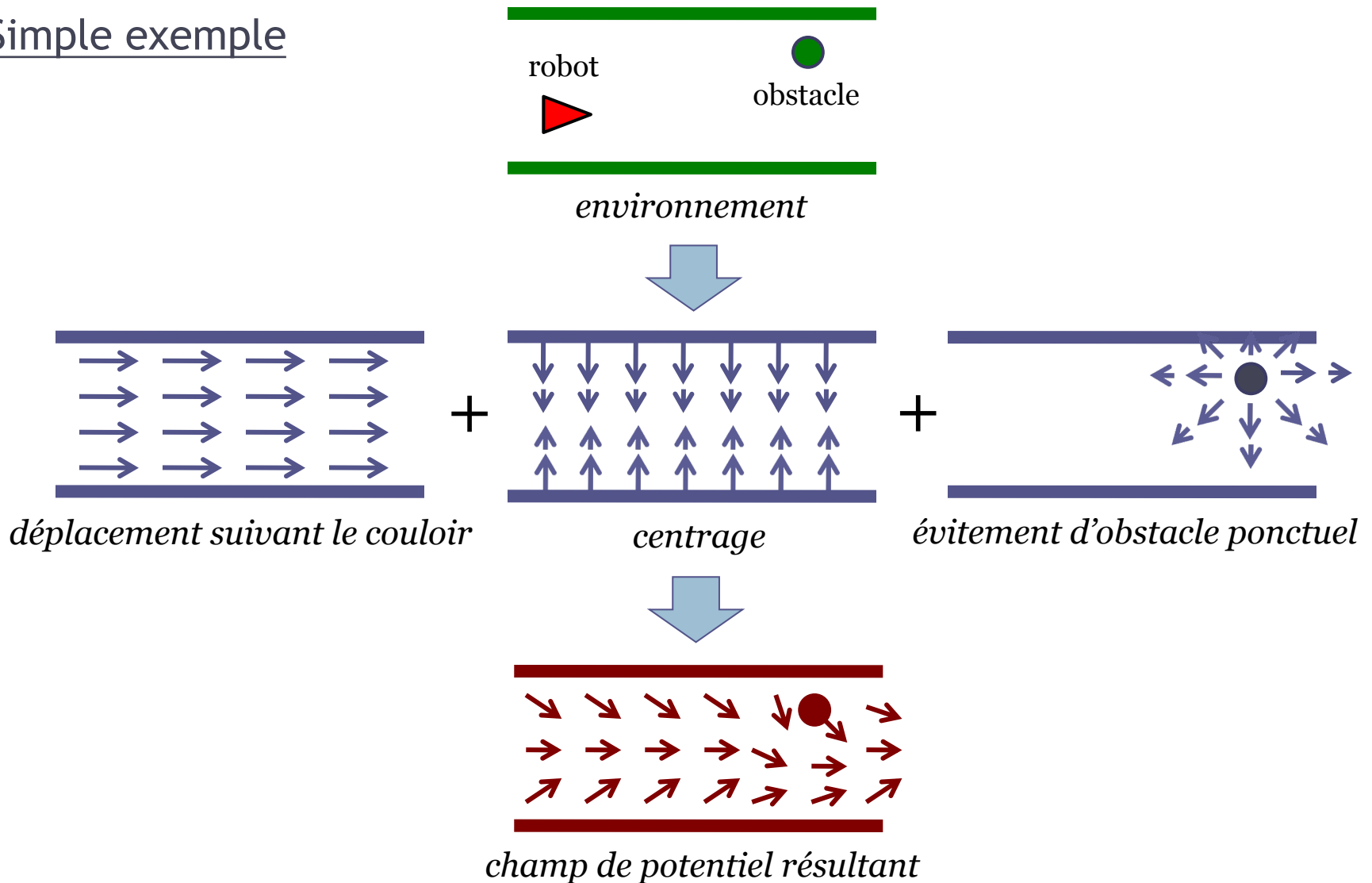
Champs de potentiel: introduction

- Potentiel: différents objectifs
 - Évitement d'obstacles
 - Déplacement dans une direction préférée (vers le but)
- Comment le calculer ?
 - Sommation de potentiels primitifs
- Particularités des potentiels primitifs
 - Étendue spatiale limitée ou non
 - Intensité: fonction de la distance ou non

“Robotics Modeling, Planning and Control”, B. Siciliano, L. Sciavicco, L. Villani, G. Oriolo, Springer 2009, Sect. 12.6

Champs de potentiel: introduction

Simple exemple



Champs de potentiel

Formulation mathématique:

$$\mathbf{F}(\mathbf{q}) = -\nabla U(\mathbf{q})$$

où

$\mathbf{F}(\mathbf{q})$ force agissant sur le robot dans la position $\mathbf{q} = [x, y]^T$

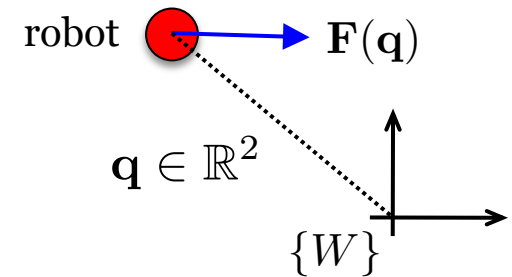
$U(\mathbf{q}) : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ fonction potentiel de l'environnement

En d'autres termes, la force \mathbf{F} agissant sur le robot dans la position \mathbf{q} est égale au gradient négatif de la fonction potentielle $U(\mathbf{q})$

- Nous étudierons deux types de potentiel U :

- 1) **Potentiel attractif** : pour guider le robot vers le **but** \mathbf{q}_b

- 2) **Potentiel répulsif** : pour éviter la collision avec les obstacles



Champs de potentiel

Potentiels attractifs

1) *Fonction quadratique* de la distance du but \mathbf{q}_b :

$$U_a(\mathbf{q}) = \frac{1}{2} k_a \|\mathbf{q}_b - \mathbf{q}\|^2, \quad k_a > 0$$

$$\mathbf{F}_a(\mathbf{q}) = -\nabla U_a(\mathbf{q}) = k_a(\mathbf{q}_b - \mathbf{q})$$

Convergence vers zéro linéaire lorsque \mathbf{q} tend vers \mathbf{q}_b ; \mathbf{F}_a tend à augmenter indéfiniment lorsque la norme de l'erreur augmente

2) *Fonction linéaire* de la distance du but \mathbf{q}_b :

$$U_a(\mathbf{q}) = k_a \|\mathbf{q}_b - \mathbf{q}\|, \quad k_a > 0$$

$$\mathbf{F}_a(\mathbf{q}) = -\nabla U_a(\mathbf{q}) = k_a \frac{\mathbf{q}_b - \mathbf{q}}{\|\mathbf{q}_b - \mathbf{q}\|}$$

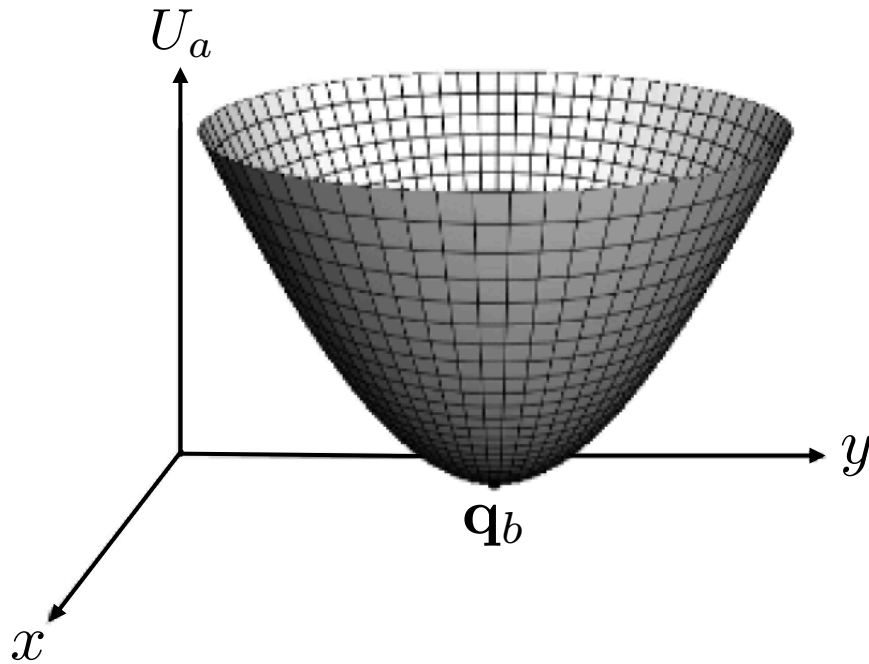
Module de la force constant; \mathbf{F}_a n'est pas définie en \mathbf{q}_b

Bon compromis: utiliser la 2^e fonction lorsque le robot est éloigné du but et la 1^{re} près de \mathbf{q}_b . Pour avoir une *force continue*, passer d'une à l'autre lorsque $\|\mathbf{q}_b - \mathbf{q}\| = 1$

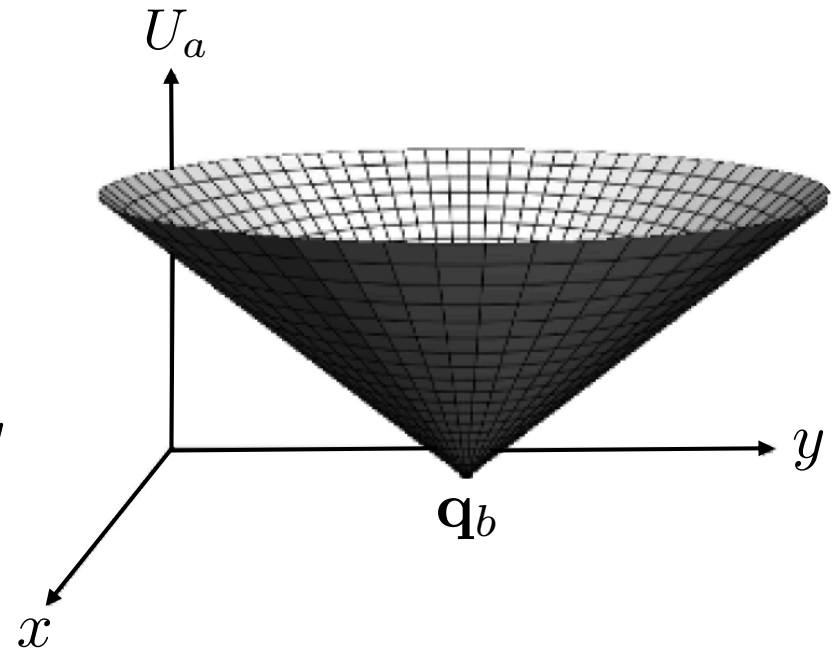
Champs de potentiel

Potentiels attractifs

1) *Fonction quadratique* : paraboloïde



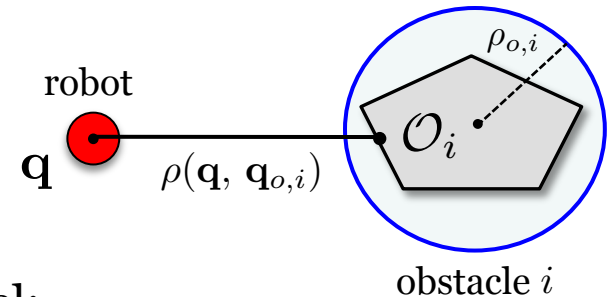
2) *Fonction linéaire* : cône



Les deux fonctions sont affichées pour $k_a = 1$

Champs de potentiel

Potentiels répulsifs



Pour un obstacle convexe \mathcal{O}_i , on peut définir le potentiel:

$$U_{r,i}(\mathbf{q}) = \begin{cases} \frac{k_{r,i}}{\gamma} \left(\frac{1}{\rho(\mathbf{q}, \mathbf{q}_{o,i})} - \frac{1}{\rho_{o,i}} \right)^\gamma & \text{si } \rho(\mathbf{q}, \mathbf{q}_{o,i}) \leq \rho_{o,i} \\ 0 & \text{si } \rho(\mathbf{q}, \mathbf{q}_{o,i}) > \rho_{o,i} \end{cases}$$

avec $i \in \{1, \dots, N\}$ (N est le nombre d'obstacles), étant:

$k_{r,i}$: constante positive

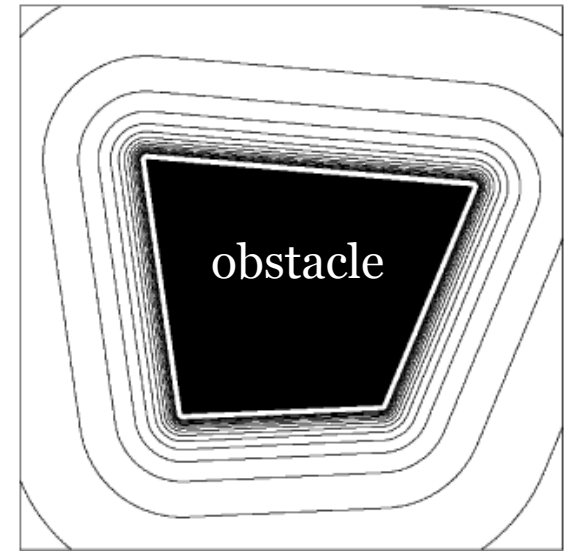
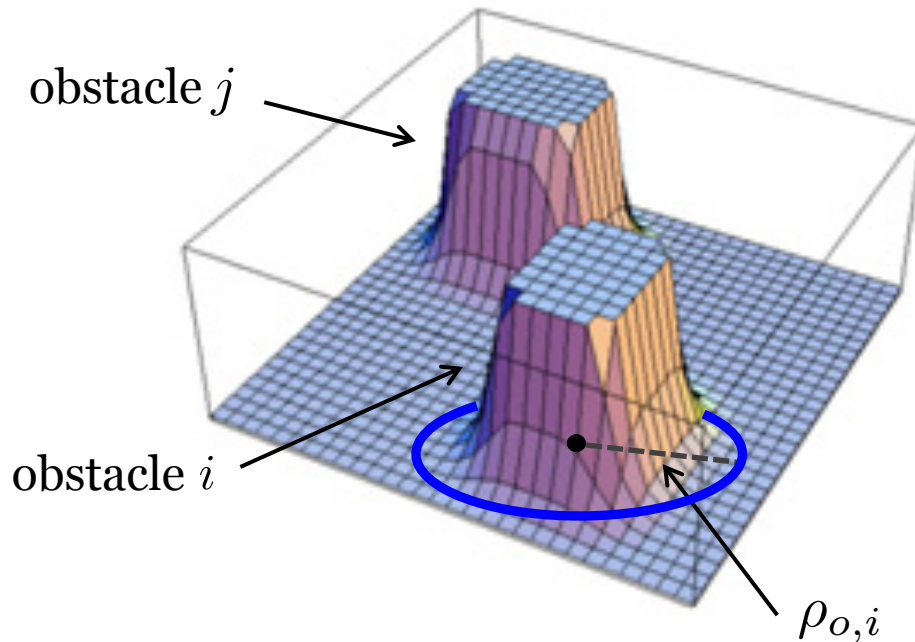
$\rho(\mathbf{q}, \mathbf{q}_{o,i}) = \min_{\mathbf{q}_{o,i} \in \mathcal{O}_i} \|\mathbf{q} - \mathbf{q}_{o,i}\|$: distance minimale entre la position du robot \mathbf{q} et les points $\mathbf{q}_{o,i}$ de l'obstacle i

$\rho_{o,i}$: rayon d'influence de l'obstacle i

$\gamma \in \{2, 3, \dots\}$

Champs de potentiel

Potentiels répulsifs



Contours équipotentiels
d'un potentiel répulsif $U_{r,i}$
pour $k_{r,i} = 1$, $\gamma = 2$

Si γ est grande, la "pente" du potentiel est forte (typiquement, $\gamma = 2$)

Champs de potentiel

Potentiels répulsifs

Force repulsive résultant du potentiel $U_{r,i}(\mathbf{q})$:

$$\mathbf{F}_{r,i}(\mathbf{q}) = -\nabla U_{r,i}(\mathbf{q})$$

$$= \begin{cases} \frac{k_{r,i}}{\rho^2(\mathbf{q}, \mathbf{q}_{o,i})} \left(\frac{1}{\rho(\mathbf{q}, \mathbf{q}_{o,i})} - \frac{1}{\rho_{o,i}} \right)^{\gamma-1} \nabla \rho(\mathbf{q}, \mathbf{q}_{o,i}) & \text{si } \rho(\mathbf{q}, \mathbf{q}_{o,i}) \leq \rho_{o,i} \\ 0 & \text{si } \rho(\mathbf{q}, \mathbf{q}_{o,i}) > \rho_{o,i} \end{cases}$$

On peut définir le *potentiel répulsif global* (pour les N obstacles), comme:

$$U_r(\mathbf{q}) = \sum_{i=1}^N U_{r,i}(\mathbf{q})$$

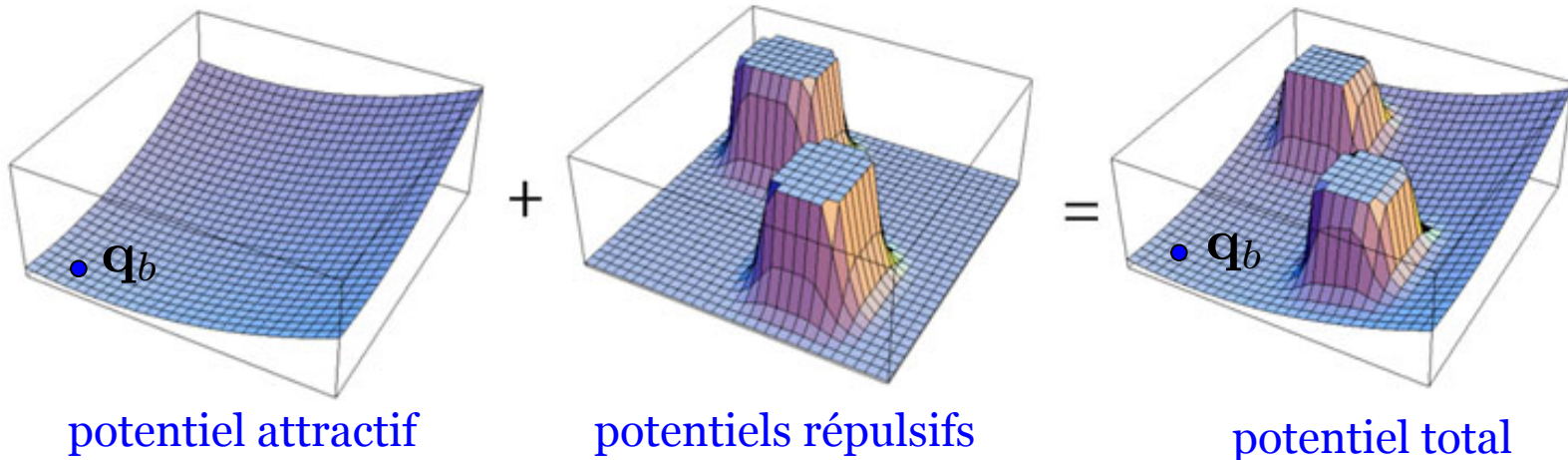
Champs de potentiel

Potentiel total = potentiel attractif + potentiels répulsifs

$$U_t(\mathbf{q}) = U_a(\mathbf{q}) + U_r(\mathbf{q})$$

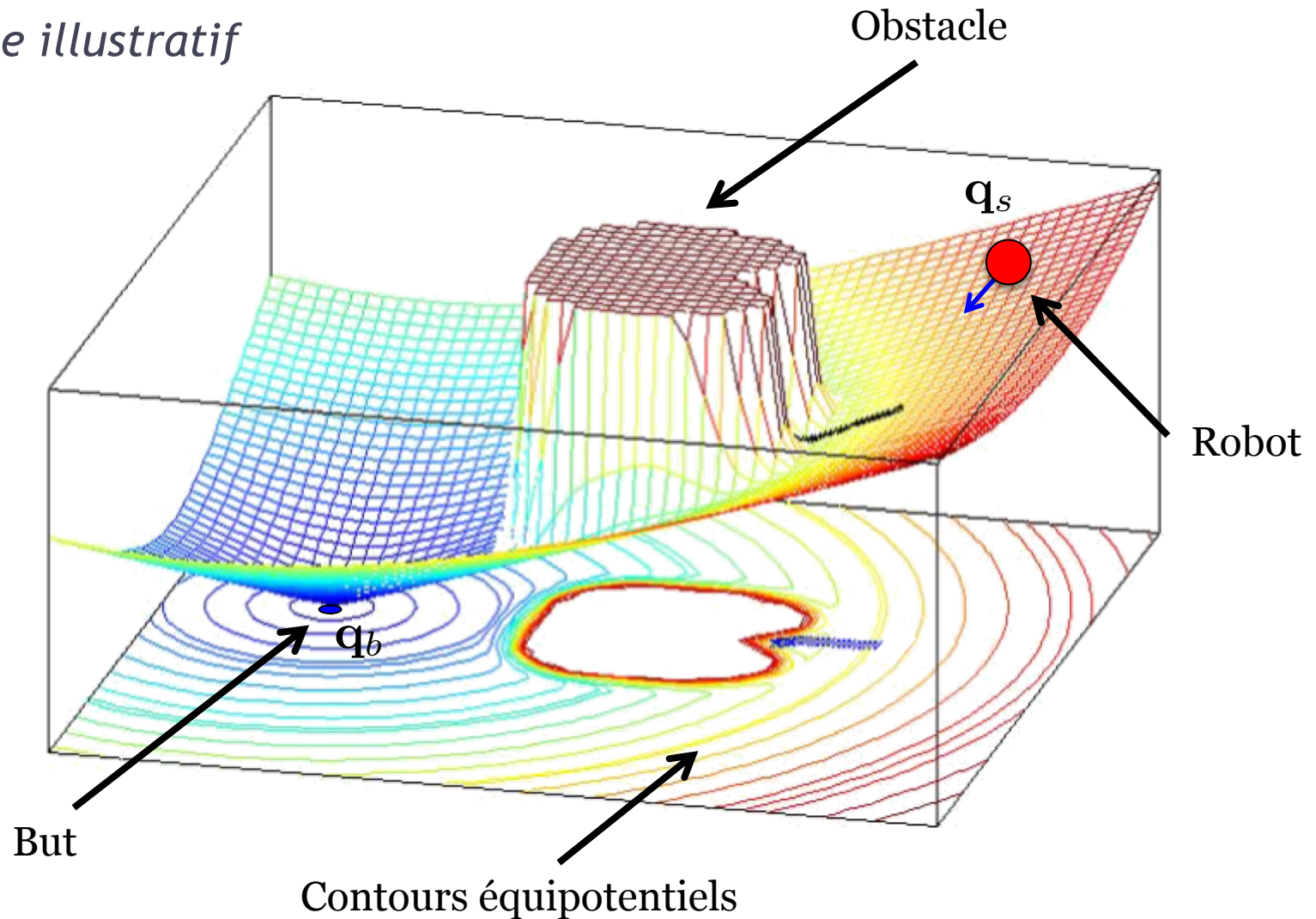
Ceci se traduit par la *force totale* agissant sur le robot:

$$\mathbf{F}_t(\mathbf{q}) = -\nabla U_t(\mathbf{q}) = \mathbf{F}_a(\mathbf{q}) + \sum_{i=1}^N \mathbf{F}_{r,i}(\mathbf{q})$$



Champs de potentiel

Exemple illustratif



Champs de potentiel

Pour atteindre le but \mathbf{q}_b , on peut utiliser la *descente de gradient*.

À partir de:

$$\dot{\mathbf{q}} = -\nabla U_t(\mathbf{q})$$

si $\mathbf{q}_0 = \mathbf{q}_s$ est la position initiale du robot, on peut mettre à jour sa position au fil du temps de la manière suivante:

$$\mathbf{q}_{k+1} = \mathbf{q}_k + \alpha_k \frac{\mathbf{F}_t(\mathbf{q}_k)}{\|\mathbf{F}_t(\mathbf{q}_k)\|}, \quad \alpha_k > 0, \quad k \in \{0, 1, \dots\}$$

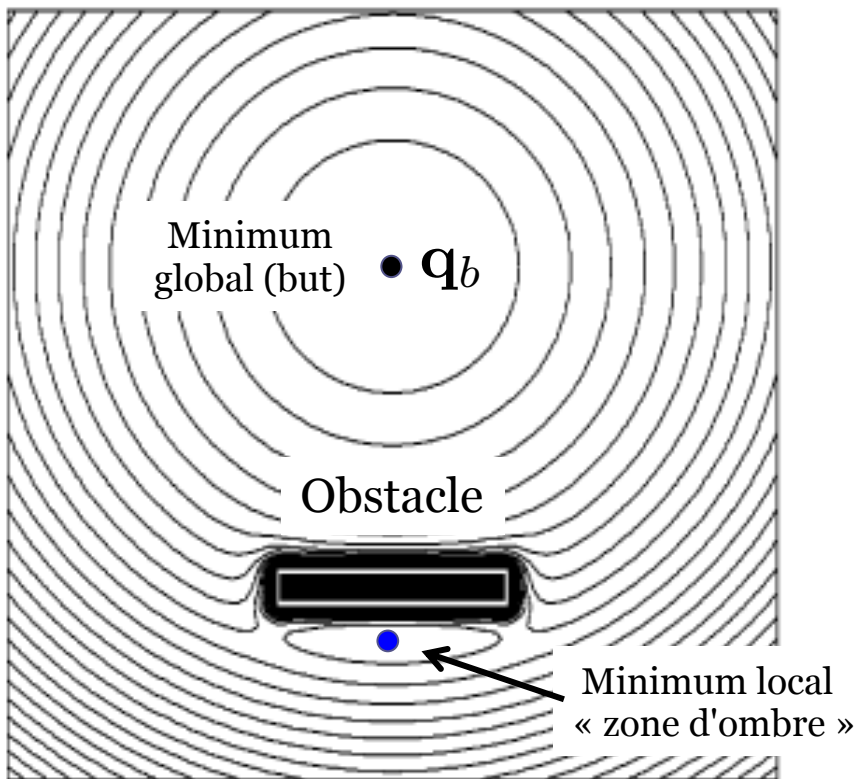
Problème: convergence vers tout *point critique* \mathbf{q}^* où $\nabla U_t(\mathbf{q}^*) = \mathbf{0}$.

Il faut vérifier la dérivée seconde de U_t : la matrice Hessienne de U_t doit être définie positive en \mathbf{q}^* pour avoir un *minimum local*

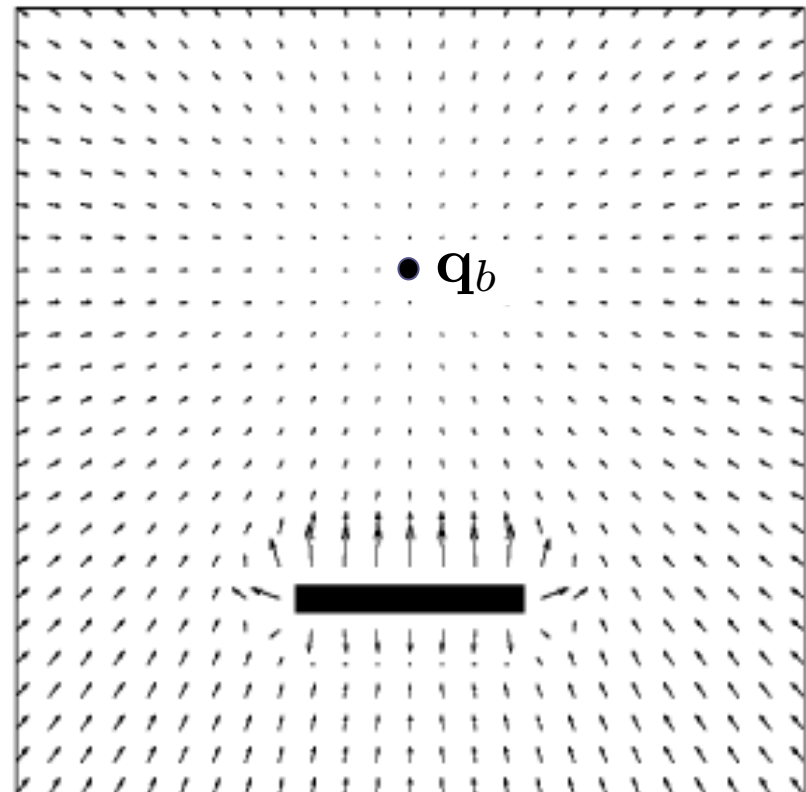
$$\mathbf{H}(\mathbf{q}^*) = \left[\begin{array}{cc} \frac{\partial^2 U_t}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 U_t}{\partial x \partial y} \\ \frac{\partial^2 U_t}{\partial y \partial x} & \frac{\partial^2 U_t}{\partial y^2} \end{array} \right] \bigg|_{\mathbf{q}=\mathbf{q}^*} \succ \mathbf{0}$$

Champs de potentiel

Exemple: *obstacle rectangulaire*



Contours équipotentiels



Champ de force $\mathbf{F}_t(\mathbf{q})$ résultant
(lignes de courant)

Champs de potentiel

- Problèmes
 1. *Minima locaux* du potentiel dans certaines configurations
 2. Pas de «décision» de la direction à prendre pour le robot
- Solutions au 1^{er} problème:
 - Lorsque dans un minimum local, déclencher un comportement différent:
 - Par ex. déplacement aléatoire, suivi de murs
 - Hypothèse du « *monde sphérique* »: tous les obstacles ont une forme sphérique. Le potentiel total a des points-selles isolés (où le gradient est zéro), mais pas des minima locaux
 - *Fonctions de navigation* [Rimon & Koditschek, TRA92], champs rotationnels, potentiel imposé en *fonction harmonique**
 - Les fonctions harmoniques garantissent l'absence de minima locaux, mais complexité élevée (résultats en simulation uniquement)

* Une *fonction harmonique* est une fonction $f : \Omega \subset \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ deux fois continûment dérivable qui satisfait l'équation de Laplace sur Ω , à savoir $\Delta f = 0$.

Champs de potentiel: sommaire

- Avantages:
 - 1) Capacité de générer « en temps réel » des trajectoires pour éviter les obstacles
 - 2) Facilité de mise en œuvre
- Formalisme du *schéma moteur*
 - Action sous forme de potentiel
 - Dépend des perceptions
- Utilisation
 - Bas-niveau dans une architecture hybride

Partie 4: Evitement d'obstacles

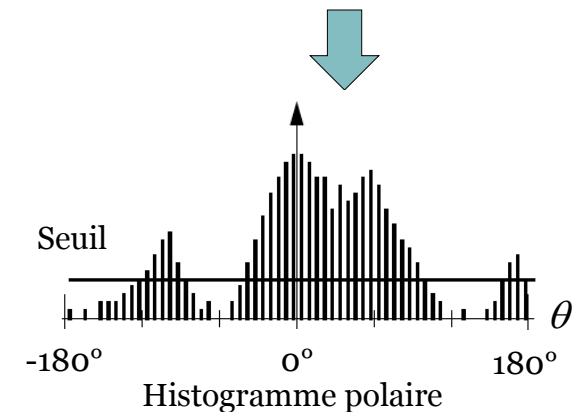
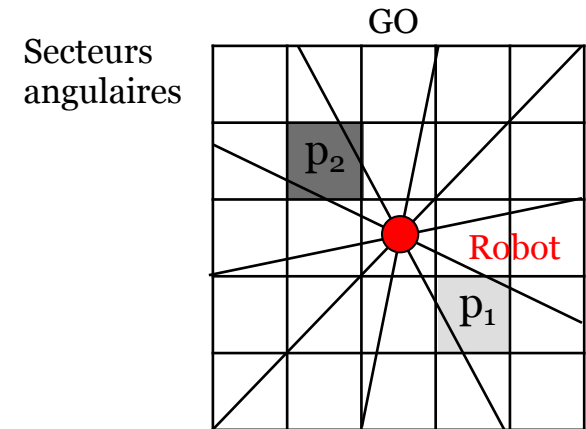
2. Vector field histogram (VFH)

Vector field histogram

- Historiquement inventé pour les sonars (capteurs à ultra-sons)
- Robustesse aux incertitudes de modèle/mesure

1. Grille d'occupation (GO) locale

- Représentation statistique de l'environnement
- Discrétisation de l'espace en cellules de taille fixe
- Chaque cellule contient une probabilité p_i
 - Haute si souvent perçue contenant un obstacle par le laser ou sonar
 - Faible sinon
- Mise à jour en continu (en temps réel)



2. Histogramme d'occupation

Représente l'occupation de l'espace autour du robot

“The Vector Field Histogram - Fast Obstacle Avoidance for Mobile Robots”,
Y. Koren, J. Borenstein, IEEE Trans. Robot. Autom., vol. 7, n. 3, pp. 278-288, 1991

Vector field histogram

1. Construction de la grille d'occupation (GO)

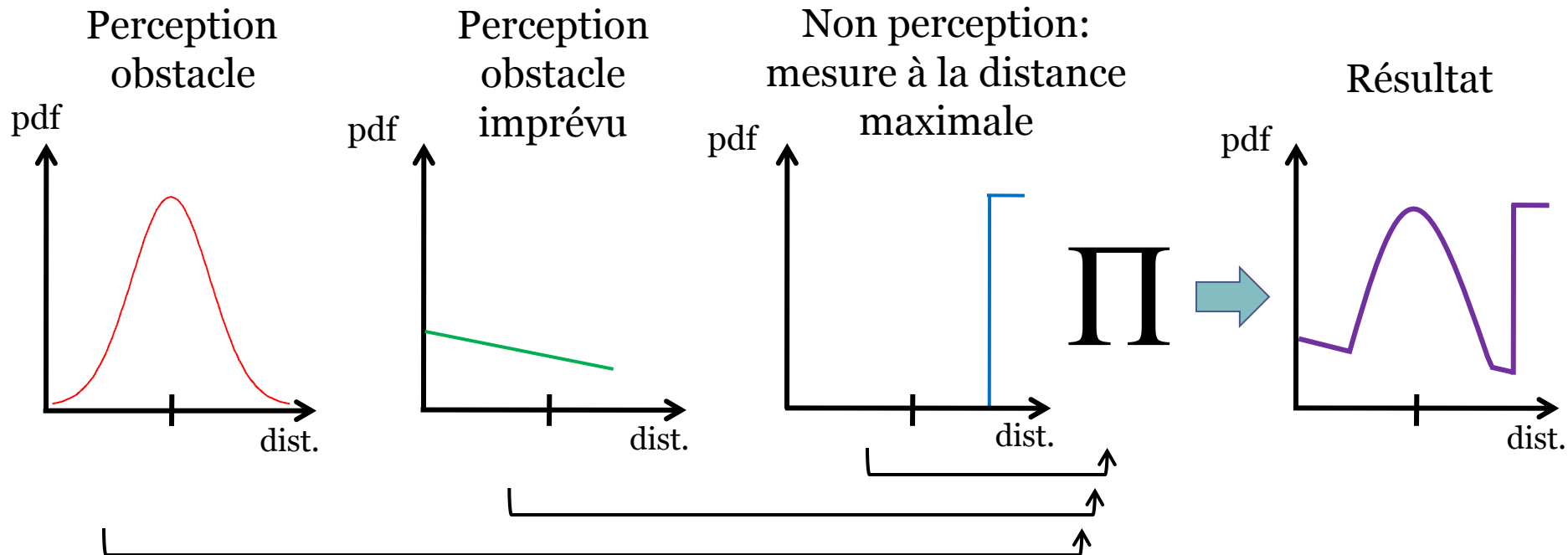
- Estimation de la position du robot
(cf. le chapitre 1: localisation par odométrie)
- Perception
- Mise à jour des cellules de la GO
 - Modèle probabiliste: $p(\text{occ}_i | s)$

Pour une perception s donnée, $p(\text{occ}_i | s)$ nous fournit la *probabilité d'occupation de la cellule i* dans le champ de vue du capteur du robot, en fonction de la valeur renvoyée par le capteur

Construction d'une GO

- *Modèle probabiliste* d'un capteur à ultra-sons
- Probabilité de mesure en fonction de la *distance* de l'obstacle:

$$p(\text{obstacle} \mid \text{scan}) = \prod_{j=1}^M p(\text{mesure } j \mid \text{distObstacle})$$



Construction d'une GO

- $p(\text{occ}_i | s)$
 - Similaire au cas précédent
 - Erreur gaussienne pour l'écart entre:
 - La direction de la cellule
 - La direction du capteur
- **Objectif:**
 - Accumuler les T mesures s_1, \dots, s_T
 - Estimer la probabilité de la cellule i d'être occupée:

$$p(\text{occ}_i^T) = p(\text{occ}_i | s_1, \dots, s_T)$$

Construction d'une GO

- Théorème de Bayes pour extraire la probabilité en fonction de la *dernière mesure* s_T . Rappel que:

$$p(x | y) = \frac{p(y | x) p(x)}{p(y)}$$

- Dans notre cas:

$$p(\text{occ}_i^T) = \frac{p(s_T | \text{occ}_i, \cancel{s_1, \dots, s_{T-1}}) p(\text{occ}_i^{T-1})}{p(s_T | s_1, \dots, s_{T-1})}$$

- Avec une hypothèse de « *monde statique* », on simplifie:

$$p(\text{occ}_i^T) = \frac{p(s_T | \text{occ}_i) p(\text{occ}_i^{T-1})}{p(s_T | s_1, \dots, s_{T-1})}$$

« *Monde statique* »: toutes les mesures sont *conditionnellement indépendantes* si on connaît la valeur d'une cellule de la GO (ce qui est *faux* en pratique et produit des limitations de la méthode)

Construction d'une GO

- Notre modèle de capteur nous donne $p(\text{occ}_i | s_T)$, alors nous le faisons apparaître (à nouveau, Théor. de Bayes):

$$p(\text{occ}_i^T) = \frac{p(\text{occ}_i | s_T) p(s_T)}{p(\text{occ}_i)} \frac{p(\text{occ}_i^{T-1})}{p(s_T | s_1, \dots, s_{T-1})}$$

- Mais la probabilité d'«inoccupation» $p(\overline{\text{occ}}_i) = 1 - p(\text{occ}_i)$
- La probabilité que la cellule i soit vide est donc:

$$p(\overline{\text{occ}}_i^T) = \frac{p(\overline{\text{occ}}_i | s_T) p(s_T)}{p(\overline{\text{occ}}_i)} \frac{p(\overline{\text{occ}}_i^{T-1})}{p(s_T | s_1, \dots, s_{T-1})}$$

Construction d'une GO

- Le rapport des deux probabilités nous donne:

$$\frac{p(\text{occ}_i^T)}{p(\overline{\text{occ}}_i^T)} = \frac{p(\text{occ}_i | s_T)}{p(\overline{\text{occ}}_i | s_T)} \frac{p(\overline{\text{occ}}_i^{T-1})}{p(\text{occ}_i^{T-1})} \frac{p(\overline{\text{occ}}_i)}{p(\text{occ}_i)}$$

- En sachant que $p(\overline{\text{occ}}_i) = 1 - p(\text{occ}_i)$, tout est connu:

$$\frac{p(\text{occ}_i^T)}{1 - p(\text{occ}_i^T)} = \frac{p(\text{occ}_i | s_T)}{1 - p(\text{occ}_i | s_T)} \frac{1 - p(\text{occ}_i^{T-1})}{p(\text{occ}_i^{T-1})} \frac{1 - p(\text{occ}_i)}{p(\text{occ}_i)}$$

- Nous pourrions exprimer $p(\text{occ}_i^T)$, mais il est plus simple déterminer la quantité:

$$\ell_i^T = \log \left(\frac{p(\text{occ}_i^T)}{1 - p(\text{occ}_i^T)} \right) \quad \log(\cdot) : \text{logarithme naturel (de base } e)$$

Construction d'une GO

- Ce qui se calcule simplement par (rappel: $\log(x^b) = b \log(x)$ et $\log(xy) = \log(x) + \log(y)$)

$$\ell_i^T = \log\left(\frac{p(\text{occ}_i | s_T)}{1 - p(\text{occ}_i | s_T)}\right) - \ell_i^{T-1} + \log\left(\frac{1 - p(\text{occ}_i)}{p(\text{occ}_i)}\right)$$

- Mise à jour *incrémentale* de ℓ_i^T . On utilise:
 - Les valeurs précédentes
 - Le modèle de capteur
- $p(\text{occ}_i)$ généralement initialisée à $1/2$ (l'initialisation intègre l'*a priori* sur le fait que l'environnement contienne plus ou moins d'obstacles)
- ℓ_i^T permet de calculer la probabilité d'occupation $p(\text{occ}_i^T)$:

$$p(\text{occ}_i^T) = 1 - \frac{1}{1 + \exp(\ell_i^T)}$$

Construction d'une GO

- Autres possibilités de mise à jour des GO
 - Calcul de $p(\text{occ}_i^T)$ en fonction du nombre de perceptions de la cellule i (« approche fréquentiste *vs* approche bayésienne »)

$$p(\text{occ}_i^T) = \frac{\text{nbocc}_i^T}{\text{nbvide}_i^T + \text{nbocc}_i^T}$$

Nombre de fois
que la cellule i a
été détectée *vide*
(sur les T mesures)

Nombre de fois que un
obstacle a été détecté
dans la cellule i
(sur les T mesures)

Construction d'une GO

▫ Autres possibilités de mise à jour des GO

2. *Histogrammic in-motion mapping* (HIMM)

$$p(\text{occ}_i^T) = p(\text{occ}_i^{T-1}) + \lambda \kappa$$

$$\lambda = \begin{cases} 1 & \text{si la cellule } i \text{ présente un obstacle} \\ -1 & \text{sinon} \end{cases}$$

Valeur d'incrément
(paramètre positif)

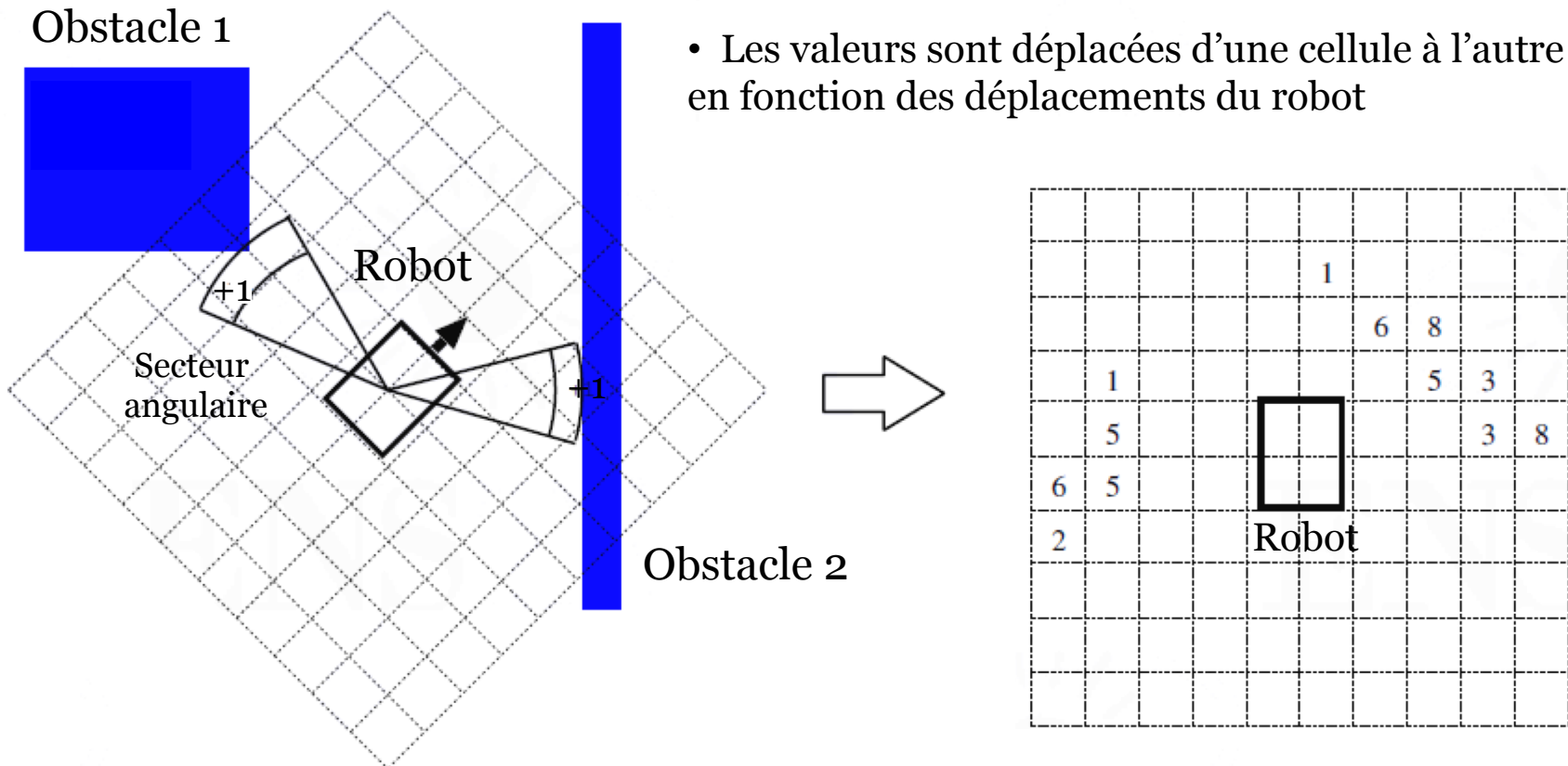
L'HIMM est très simple, mais:

- Pas de convergence si le nombre de perceptions tend vers l'infini
- Sensible au bruit
- Réglage délicat des paramètres (κ) pour être adapté à un robot

"*Histogrammic in-motion Mapping for Mobile Robot Obstacle Avoidance*", J. Borenstein, Y. Koren, IEEE Journal of Robotics and Automation, vol. 7, n. 4, pp. 535-539, 1991

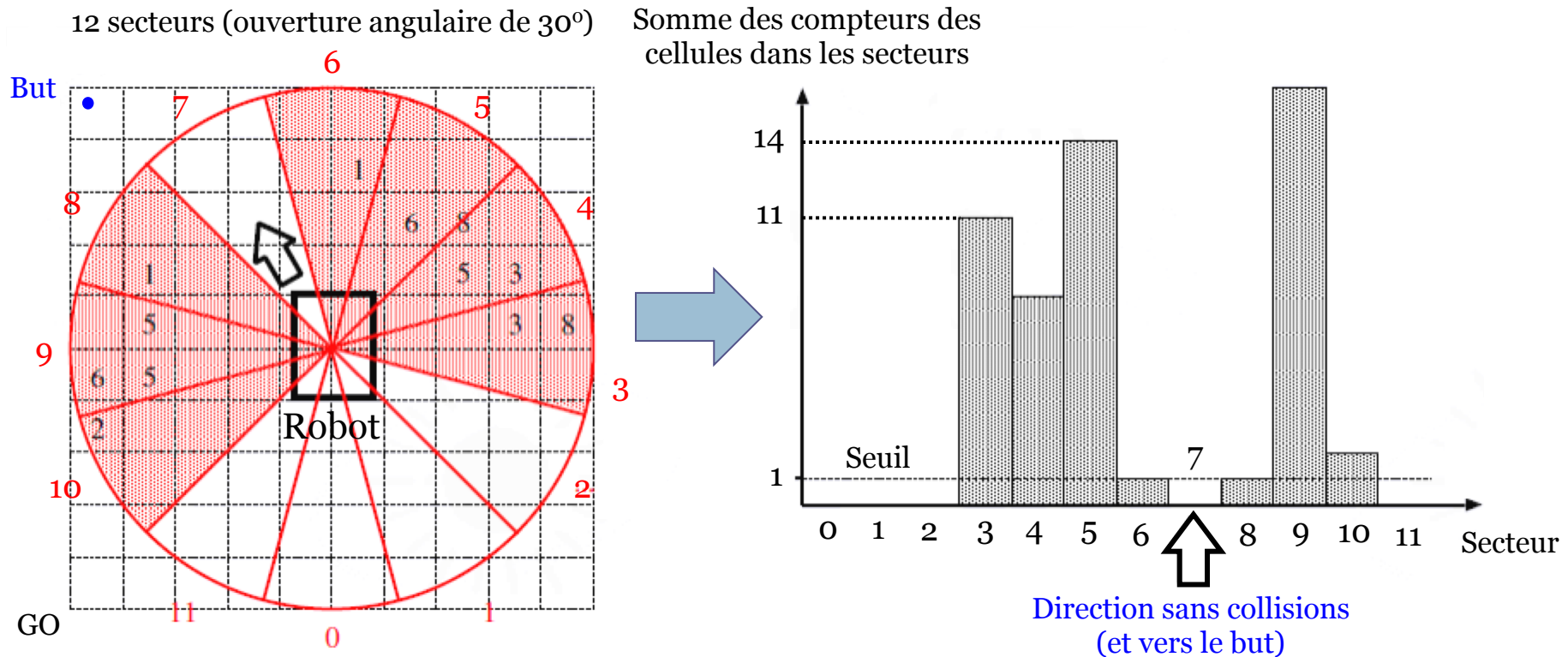
2. Histogramme d'occupation

- La GO est construite dans le *référentiel du robot*
- Un **compteur** est incrémenté pour chaque cellule appartenant au *secteur angulaire* dans lequel un obstacle a été détecté (ex. pour une probabilité $> 1/2$)
- Les valeurs sont déplacées d'une cellule à l'autre en fonction des déplacements du robot



2. Histogramme d'occupation

- Construction d'un *histogramme polaire* des obstacles à partir des valeurs des cellules (une barre verticale pour chaque secteur)
- On utilise l'histogramme pour déterminer la direction de déplacement du robot
- Seuillage pour éliminer une partie du bruit



2. Histogramme d'occupation

- Après seuillage
 - Ensemble de directions possibles (« vallées candidates »)
 - Choix selon un critère:
 - *Exemple*: direction la plus proche de celle du but
 - On peut prendre en considération le *modèle cinématique* et la *taille physique* du robot (VFH+ et VFH*)

Avantages du VFH

Très rapide, robuste aux incertitudes

Problème (« *local path planner* »):

Chemins non optimaux globalement
(mais *quasi optimaux*, en pratique)

“VFH+: *Reliable obstacle avoidance for fast mobile robots*”, I. Ulrich, J. Borenstein, in Proc. Int. Conf. Robotics and Autom., pp. 1572-1577, 1998

“VFH*: *Local Obstacle Avoidance with Look-Ahead Verification*”, I. Ulrich, J. Borenstein in Proc. IEEE Int. Conf. Robotics and Autom., pp. 2505-2511, 2000

