

# Robotique Industrielle

UPJV, Département EEA

M1 3EA, Parcours RoVA, EC15

**Fabio MORBIDI**

Laboratoire MIS

Équipe Perception Robotique

E-mail: [fabio.morbidi@u-picardie.fr](mailto:fabio.morbidi@u-picardie.fr)

**Lundi 13h30-16h30 (CM ou TD, salle CURI 305)  
(TP, salle TP204)**

Année Universitaire 2022-2023



# Plan du cours

## Chapitre 1 : Introduction

- 1.1 Définitions
- 1.2 Constituants d'un robot
- 1.3 Classification des robots
- 1.4 Caractéristiques d'un robot
- 1.5 Générations de robots
- 1.6 Programmation des robots
- 1.7 Utilisation des robots



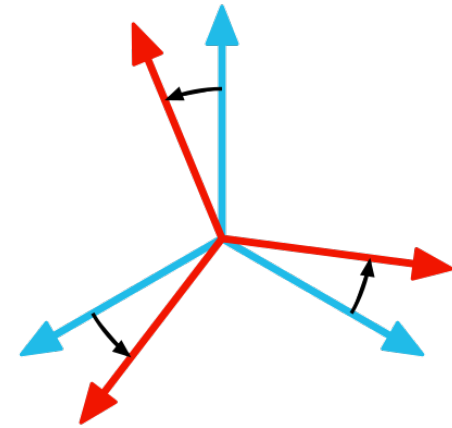
## Chapitre 2 : Fondements Théoriques

- 2.1 Pose d'un corps rigide
  - Matrices de rotation et autres représentations de l'orientation
  - Transformations homogènes

# Plan du cours

## 2.2 Cinématique

- Dérivée d'une matrice de rotation
- Vitesse angulaire d'un repère
- Mouvement de corps rigide
- Torseur cinématique



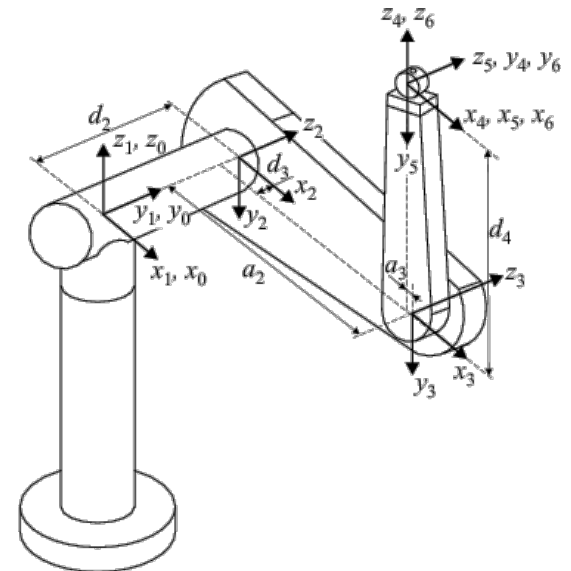
## Chapitre 3 : Modélisation d'un Robot

### 3.1 Modèle géométrique

- Convention de Denavit-Hartenberg
- Modèle géométrique direct
- Modèle géométrique inverse

### 3.2 Modèle cinématique

- Modèle cinématique direct
- Modèle cinématique inverse

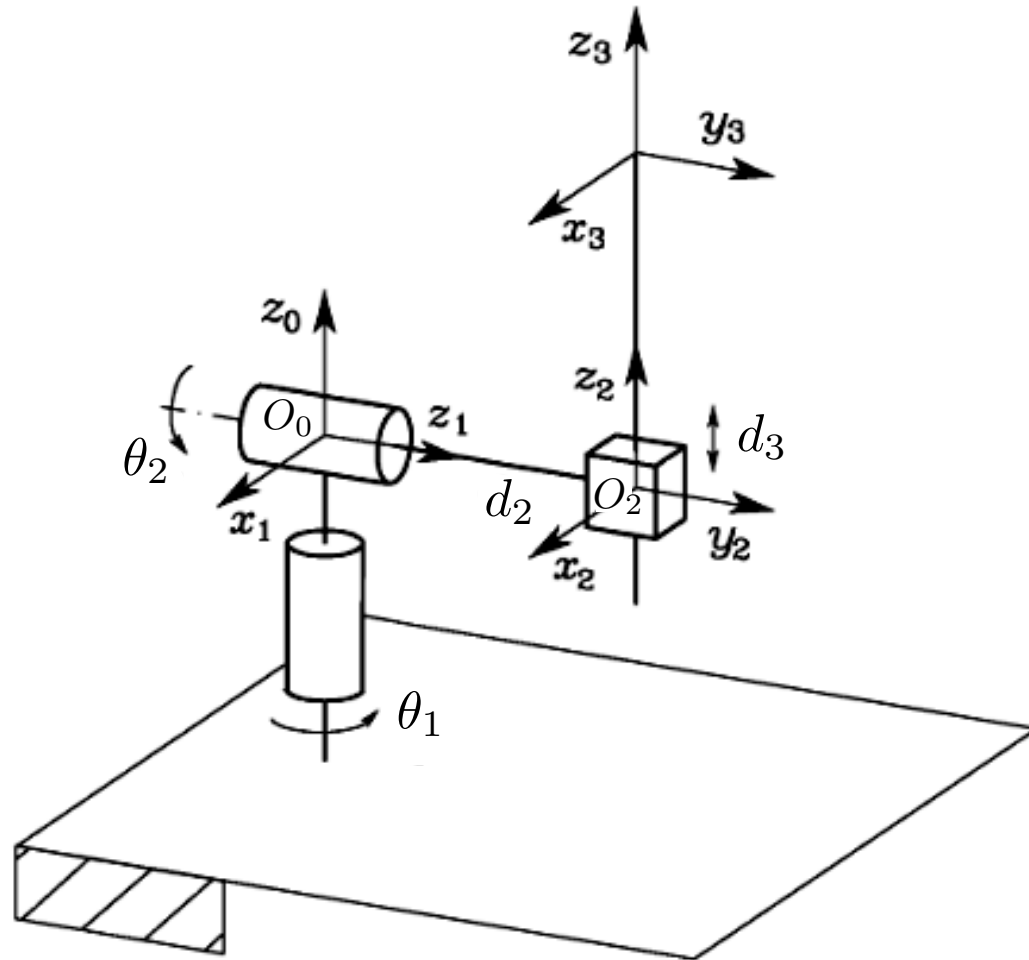


## Exemples

### **Modèle géométrique direct d'un manipulateur**



## 2 – Manipulateur sphérique



### Remarques:

- L'origine du repère 0 est située à l'intersection des axes  $z_0$  et  $z_1$  de façon que  $d_1 = 0$
- L'origine du repère 2 est située à l'intersection des axes  $z_1$  et  $z_2$

# Manipulateur sphérique

Segment	$a_i$	$\alpha_i$	$d_i$	$\theta_i$
1	0	$-\pi/2$	0	$\theta_1$
2	0	$\pi/2$	$d_2^*$	$\theta_2$
3	0	0	$d_3$	0

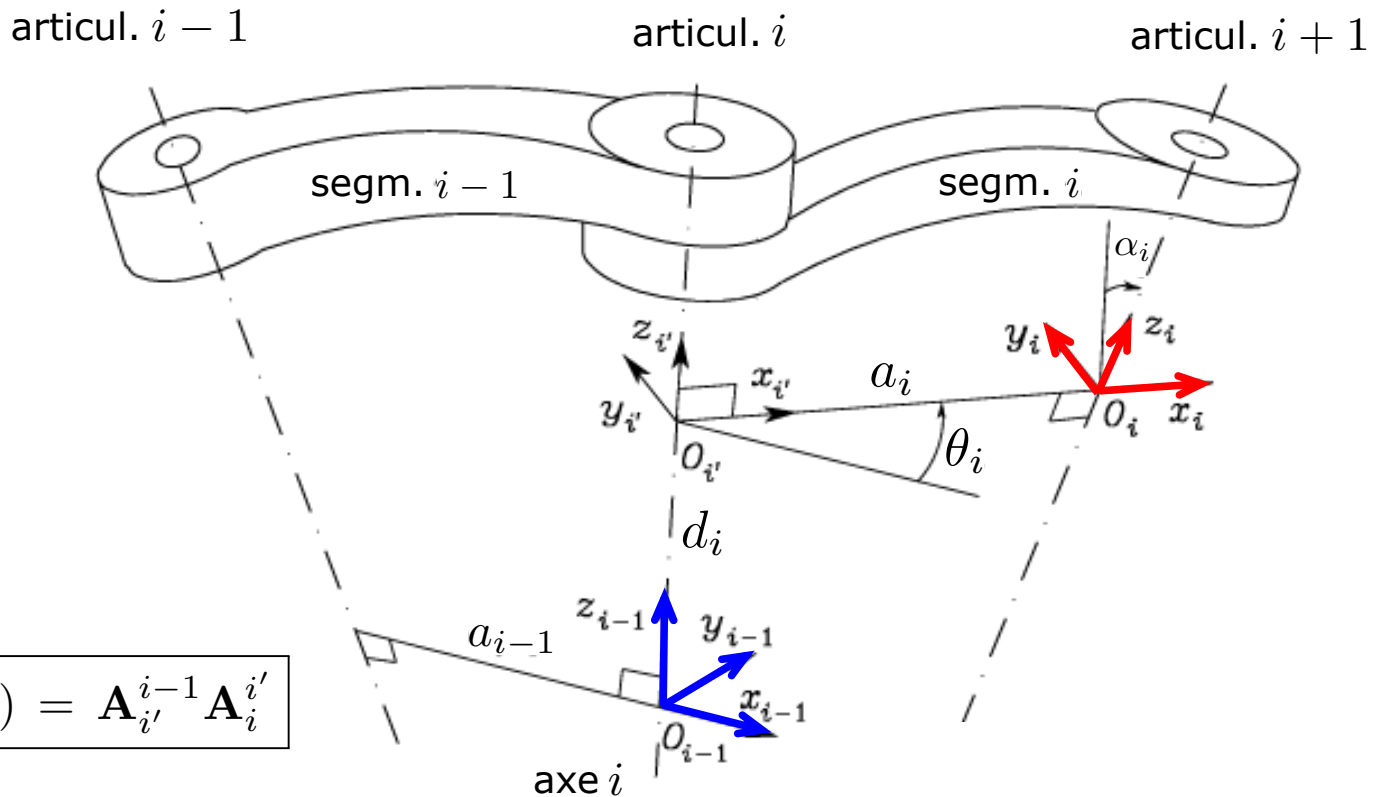
Tableau des paramètres de DH (\* veut dire que  $d_2$  n'est pas une variable artic.)

Nous avons *deux articulations rotoïdes* et une *articulation prismatique*, donc il faut déterminer 3 matrices de transformation:  $\mathbf{A}_1^0(\theta_1)$ ,  $\mathbf{A}_2^1(\theta_2)$ ,  $\mathbf{A}_3^2(d_3)$

La 1<sup>re</sup> transformation est:

$$\mathbf{A}_1^0(\theta_1) = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_z(\theta_1)\mathbf{R}_x(-\pi/2) & \mathbf{0}_{3 \times 1} \\ \mathbf{0}_{1 \times 3} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_1 & 0 & -\sin \theta_1 & 0 \\ \sin \theta_1 & 0 & \cos \theta_1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

# Transformation homogène de DH $A_i^{i-1}(q_i)$



Rappel:

$$A_i^{i-1}(q_i) = A_{i'}^{i-1} A_i^{i'}$$

avec

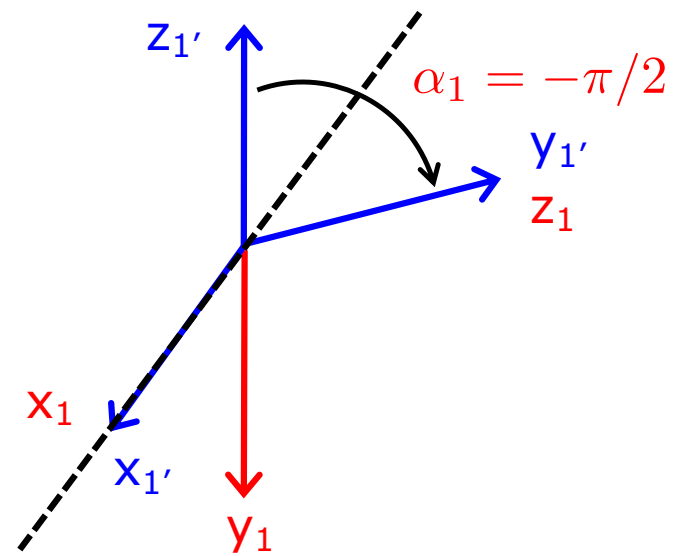
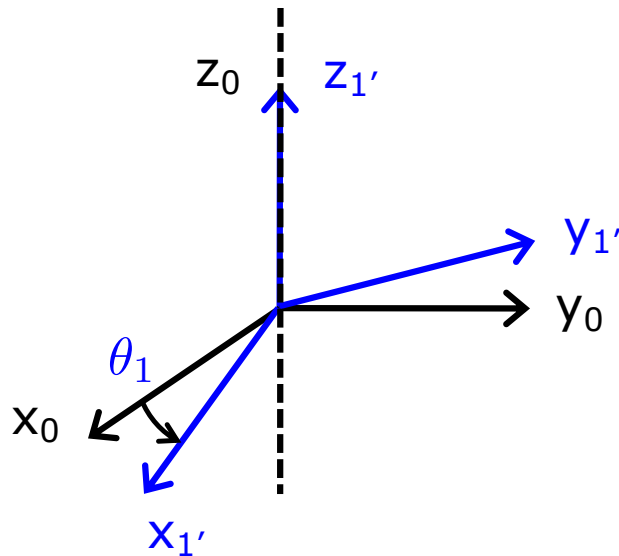
$$A_{i'}^{i-1} = \begin{bmatrix} \cos \theta_i & -\sin \theta_i & 0 & 0 \\ \sin \theta_i & \cos \theta_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad A_i^{i'} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a_i \\ 0 & \cos \alpha_i & -\sin \alpha_i & 0 \\ 0 & \sin \alpha_i & \cos \alpha_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

# Manipulateur sphérique

Dans notre cas  $a_1 = 0$ ,  $\alpha_1 = -\pi/2$ ,  $d_1 = 0$ ,  $\theta_1 \neq 0$  (1<sup>re</sup> ligne du tableau de DH)

$$\mathbf{A}_1^0(\theta_1) = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_z(\theta_1)\mathbf{R}_x(-\pi/2) & \mathbf{0}_{3 \times 1} \\ \mathbf{0}_{1 \times 3} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_1 & 0 & -\sin \theta_1 & 0 \\ \sin \theta_1 & 0 & \cos \theta_1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

En effet, graphiquement:

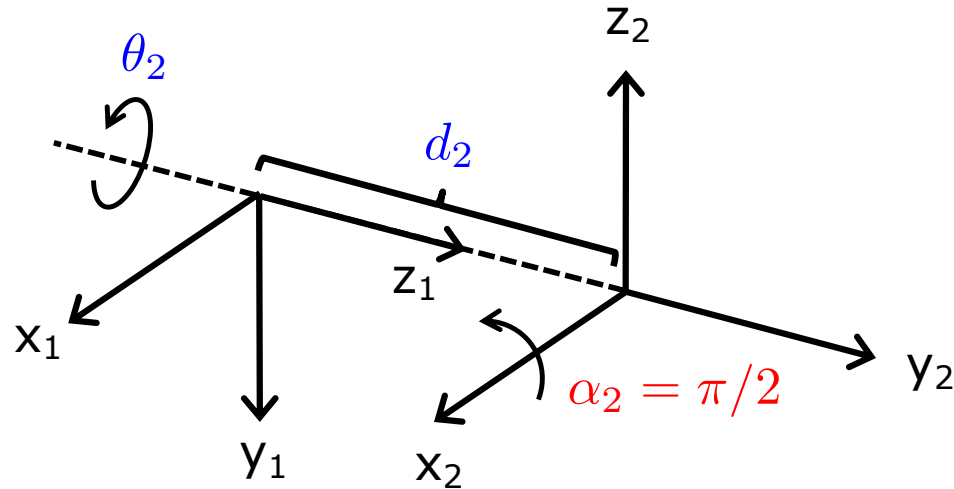


# Manipulateur sphérique

Maintenant,  $a_2 = 0$ ,  $\alpha_2 = \pi/2$ ,  $d_2 \neq 0$ ,  $\theta_2 \neq 0$  (2<sup>e</sup> ligne du tableau de DH):

$$\mathbf{A}_2^1(\theta_2) = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_z(\theta_2)\mathbf{R}_x(\pi/2) & 0 \\ 0 & d_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_2 & 0 & \sin \theta_2 & 0 \\ \sin \theta_2 & 0 & -\cos \theta_2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & d_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Graphiquement:



# Manipulateur sphérique

Enfin  $a_3 = 0$ ,  $\alpha_3 = 0$ ,  $d_3 \neq 0$ ,  $\theta_3 = 0$  (3<sup>e</sup> ligne du tableau de DH):

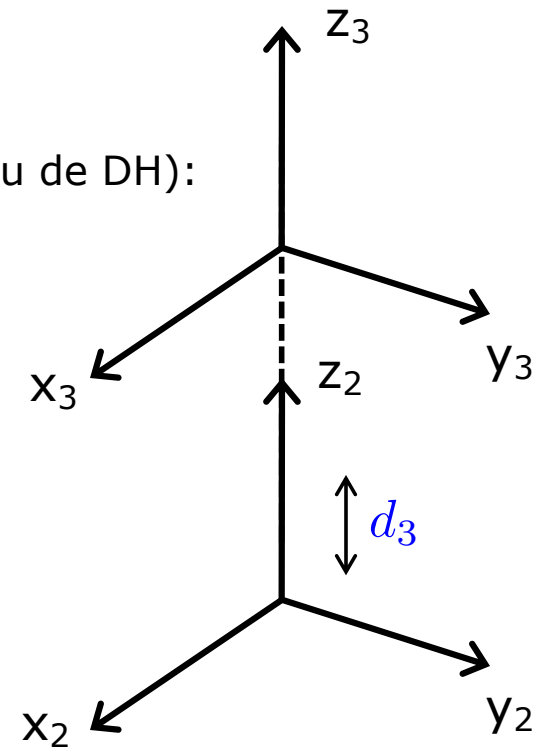
$$\mathbf{A}_3^2(d_3) = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_3 & \begin{matrix} 0 \\ 0 \\ d_3 \end{matrix} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Il est évident que la 3<sup>e</sup> articulation n'a aucun effet sur l'orientation de l'effecteur

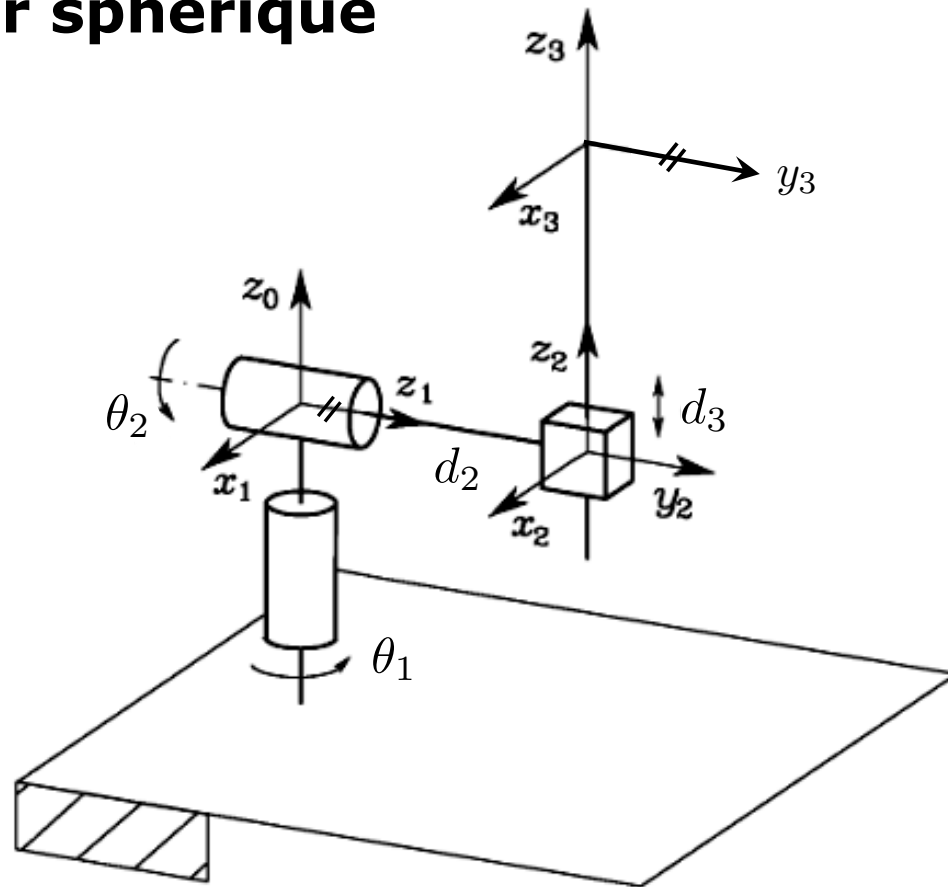
**Conclusion:**

$$\mathbf{T}_3^0(\mathbf{q}) = \mathbf{A}_1^0 \mathbf{A}_2^1 \mathbf{A}_3^2 = \begin{bmatrix} c_1 c_2 & -s_1 & c_1 s_2 & c_1 s_2 d_3 - s_1 d_2 \\ s_1 c_2 & c_1 & s_1 s_2 & s_1 s_2 d_3 + c_1 d_2 \\ -s_2 & 0 & c_2 & c_2 d_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

où  $\mathbf{q} = [\theta_1, \theta_2, d_3]^T$  et  $c_1 = \cos \theta_1$ ,  $s_1 = \sin \theta_1$



# Manipulateur sphérique



## Remarques:

- L'orientation du vecteur unitaire  $y_3^0$  est déterminée uniquement par la 1<sup>re</sup> articulation, car l'axe  $z_1$  de la 2<sup>e</sup> articulation est parallèle à l'axe  $y_3$
- Dans le manipulateur sphérique, le repère 3 peut représenter le repère d'un effecteur (pince), donc  $\mathbf{T}_e^3 = \mathbf{I}_4$  et  $\mathbf{T}_e^0 = \mathbf{T}_3^0$

### 3 - Manipulateur SCARA à 4 DDL

#### Exercice:

1. Positionner les repères et déterminer les paramètres de DH du manipulateur SCARA à 4 DDL montré dans la figure

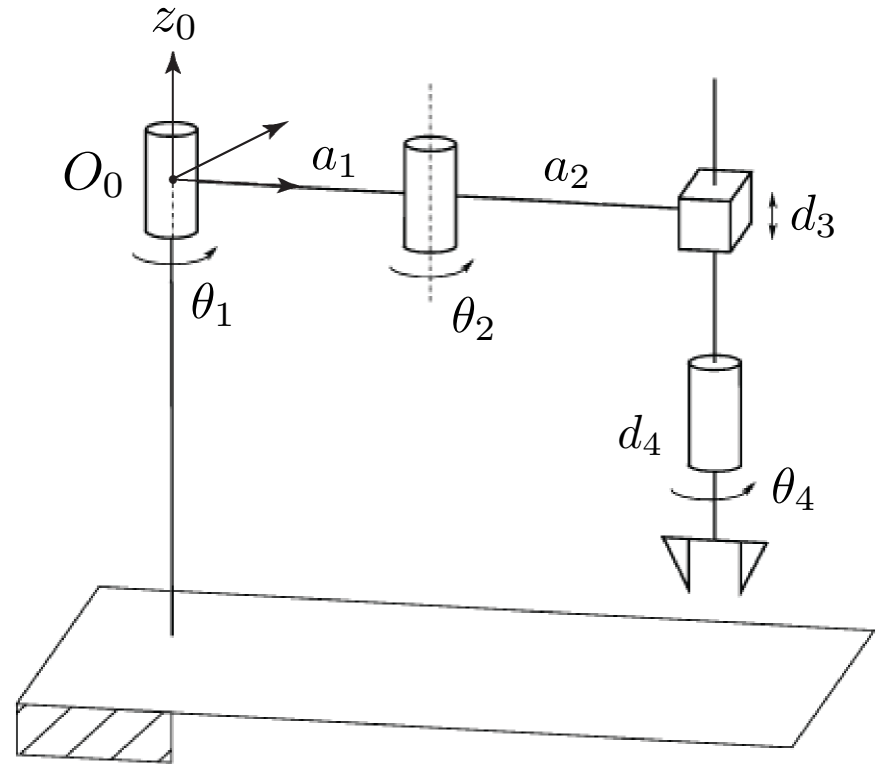
2. Calculer le modèle géométrique direct du manipulateur

3. Les coordonnées du point  $P$  dans le repère 0 de la base, sont:

$$\mathbf{p}^0 = [1, 0, 0]^T.$$

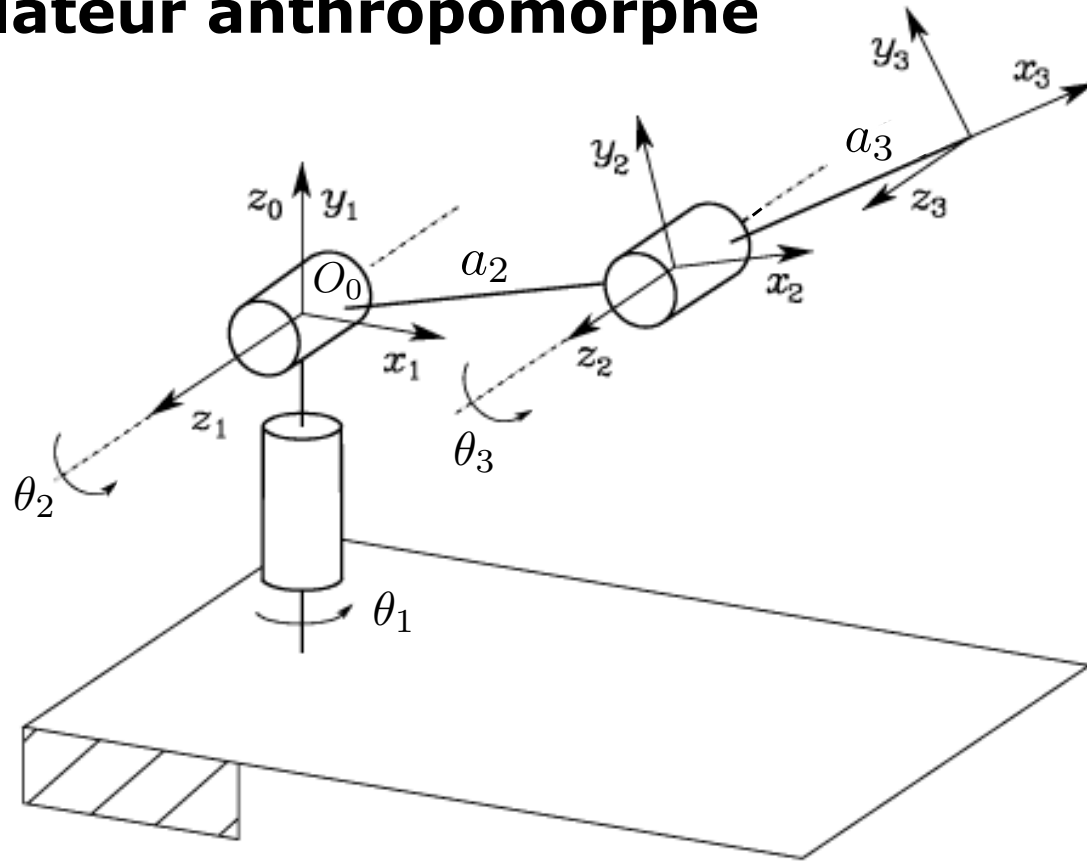
Déterminer les coordonnées du même point dans le référentiel de l'effecteur

4. Écrire une fonction MATLAB qui prend en entrée les valeurs des variables articulaires du robot et les coordonnées du point  $P$  dans le repère de la base, et qui renvoie les coordonnées du point  $P$  dans le repère de l'effecteur





## 4 – Manipulateur anthropomorphe



### Remarques:

- Le manipulateur anthropomorphe correspond à un manipulateur planaire à deux segments avec une rotation supplémentaire autour d'un axe du plan
- L'origine du repère 0 est située à l'intersection des axes  $z_0$  et  $z_1$  de sorte que  $d_1 = 0$
- Les axes  $z_1$  et  $z_2$  sont parallèles et pour les axes  $x_1$  et  $x_2$  on peut faire le même choix que pour le manipulateur planaire à 3 segments vu précédemment

# Manipulateur anthropomorphe

Segment	$a_i$	$\alpha_i$	$d_i$	$\theta_i$
1	0	$\pi/2$	0	$\theta_1$
2	$a_2$	0	0	$\theta_2$
3	$a_3$	0	0	$\theta_3$

*Tableau des paramètres de DH*

Nous avons *trois articulations rotoïdes*

La 1<sup>re</sup> transformation est:

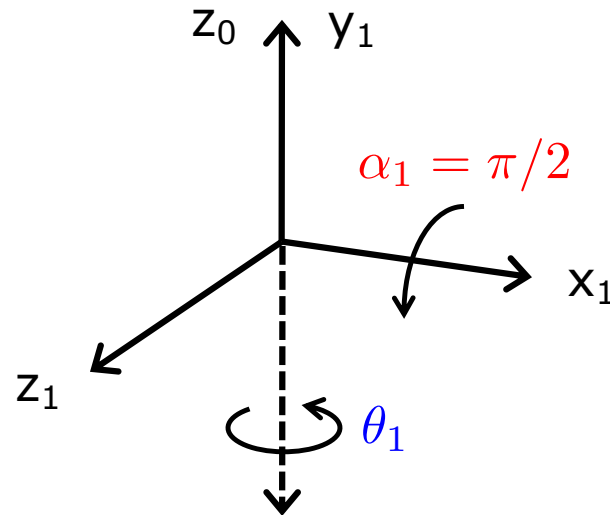
$$\mathbf{A}_1^0(\theta_1) = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_z(\theta_1)\mathbf{R}_x(\pi/2) & \mathbf{0}_{3 \times 1} \\ \mathbf{0}_{1 \times 3} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_1 & 0 & \sin \theta_1 & 0 \\ \sin \theta_1 & 0 & -\cos \theta_1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

# Manipulateur anthropomorphe

Nous avons  $a_1 = 0$ ,  $\alpha_1 = \pi/2$ ,  $d_1 = 0$ ,  $\theta_1 \neq 0$  (1<sup>re</sup> ligne du tableau de DH):

$$\mathbf{A}_1^0(\theta_1) = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_z(\theta_1)\mathbf{R}_x(\pi/2) & \mathbf{0}_{3 \times 1} \\ \mathbf{0}_{1 \times 3} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_1 & 0 & \sin \theta_1 & 0 \\ \sin \theta_1 & 0 & -\cos \theta_1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

En effet, graphiquement:



# Manipulateur anthropomorphe

Pour les deux articulations rotoïdes restantes (l'articulation 2 et 3):

$$\mathbf{A}_{i-1}^i(\theta_i) = \begin{bmatrix} \cos \theta_i & -\sin \theta_i & 0 & a_i \cos \theta_i \\ \sin \theta_i & \cos \theta_i & 0 & a_i \sin \theta_i \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad i \in \{2, 3\}$$

**Conclusion:**

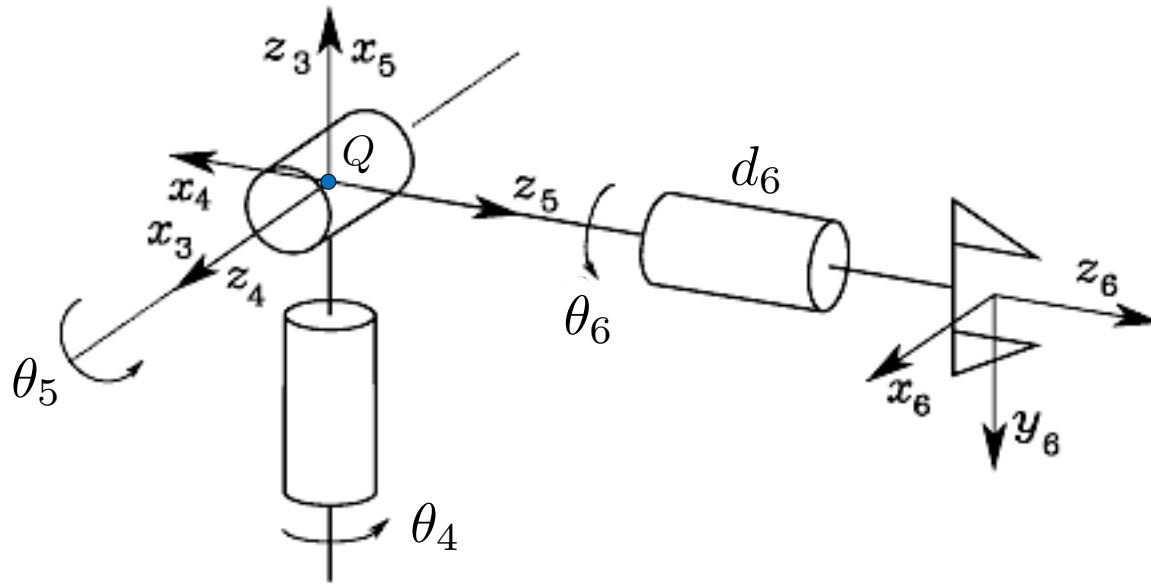
$$\mathbf{T}_3^0(\mathbf{q}) = \mathbf{A}_1^0 \mathbf{A}_2^1 \mathbf{A}_3^2 = \begin{bmatrix} c_1 c_{23} & -c_1 s_{23} & s_1 & c_1 (a_2 c_2 + a_3 c_{23}) \\ s_1 c_{23} & -s_1 s_{23} & -c_1 & s_1 (a_2 c_2 + a_3 c_{23}) \\ s_{23} & c_{23} & 0 & a_2 s_2 + a_3 s_{23} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

où  $\mathbf{q} = [\theta_1, \theta_2, \theta_3]^T$  et  $c_1 = \cos \theta_1$ ,  $s_1 = \sin \theta_1$

$$c_{23} = \cos(\theta_2 + \theta_3), \quad s_{23} = \sin(\theta_2 + \theta_3)$$

**Remarque:** Puisque  $z_3$  est aligné avec  $z_2$ , le repère 3 n'est pas un repère admissible pour l'effecteur. Pour y remédier, il faut introduire *la transformation constante*  $\mathbf{T}_e^3$  déjà vue avec le manipulateur planaire à 3 segments

## 5 – Poignet de type rotule (ou poignet sphérique)



- Les variables des articulations sont numérotées à partir de "4" car le poignet est typiquement monté sur le porteur à 3 DDL d'un robot à 6 DDL
- Les 3 axes des articulations rotoïdes sont *concourants* (c'est-à-dire, les axes se coupent en un même point  $Q$ , le **point bleu** en figure)
- Si les axes  $z_3$ ,  $z_4$  et  $z_5$  ont été fixés et l'axe  $x_3$  a été choisi, la direction de  $x_4$  et de  $x_5$  reste indéterminée

## Poignet de type rotule

Segment	$a_i$	$\alpha_i$	$d_i$	$\theta_i$
4	0	$-\pi/2$	0	$\theta_4$
5	0	$\pi/2$	0	$\theta_5$
6	0	0	$d_6^*$	$\theta_6$

Tableau des paramètres de DH

Nous avons *trois articulations rotoïdes*

La 1<sup>re</sup> transformation est (cf. la 1<sup>re</sup> transformation du manipul. sphérique):

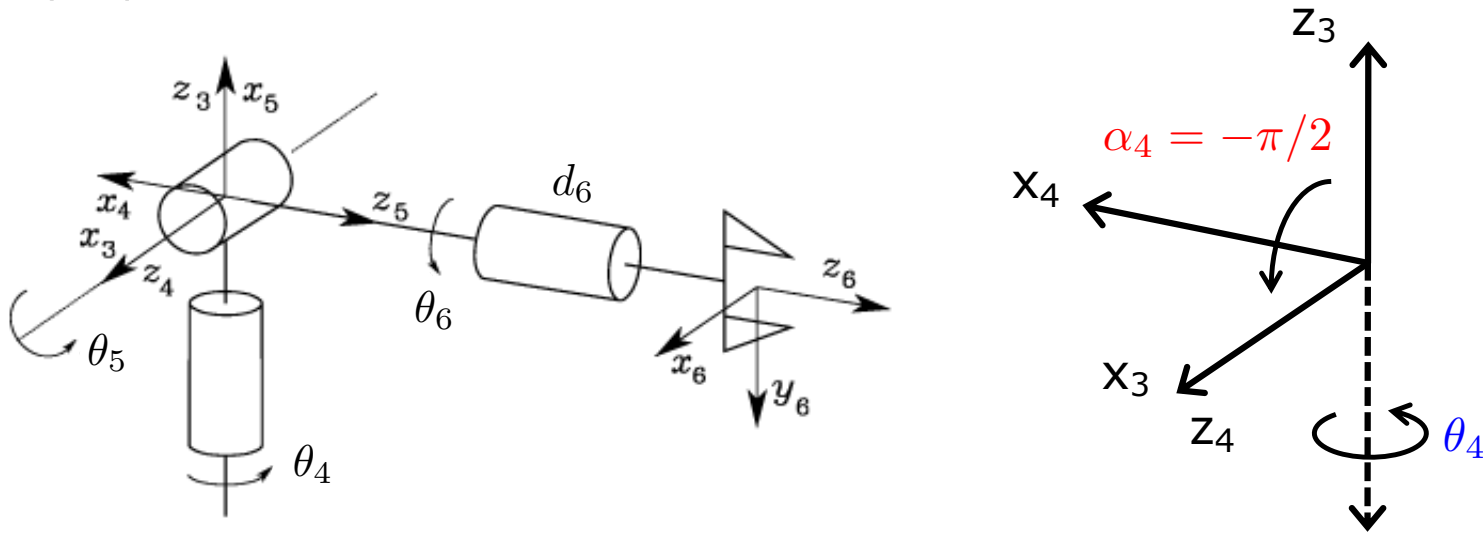
$$\mathbf{A}_4^3(\theta_4) = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_z(\theta_4)\mathbf{R}_x(-\pi/2) & \mathbf{0}_{3 \times 1} \\ \mathbf{0}_{1 \times 3} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_4 & 0 & -\sin \theta_4 & 0 \\ \sin \theta_4 & 0 & \cos \theta_4 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

# Poignet de type rotule

Nous avons  $a_4 = 0$ ,  $\alpha_4 = -\pi/2$ ,  $d_4 = 0$ ,  $\theta_4 \neq 0$  (1<sup>re</sup> ligne du tableau de DH):

$$\mathbf{A}_4^3(\theta_4) = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_z(\theta_4)\mathbf{R}_x(-\pi/2) & \mathbf{0}_{3 \times 1} \\ \mathbf{0}_{1 \times 3} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_4 & 0 & -\sin \theta_4 & 0 \\ \sin \theta_4 & 0 & \cos \theta_4 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Graphiquement:

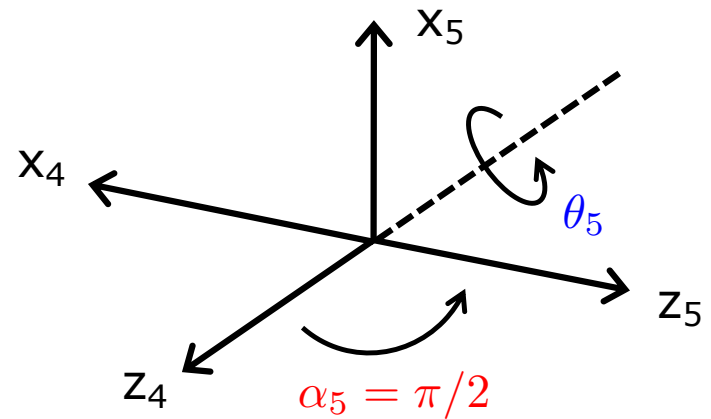
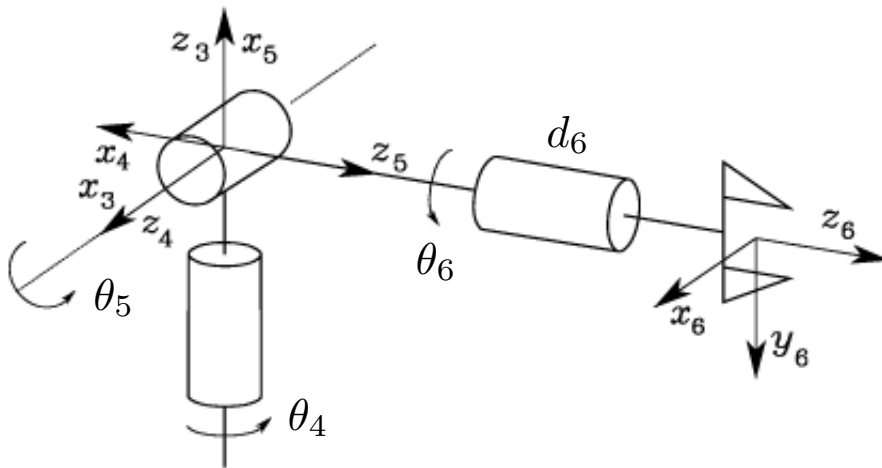


# Poignet de type rotule

La 2<sup>e</sup> transformation est (cf. la 1<sup>re</sup> transformation du manipul. anthropomorphe):

$$\mathbf{A}_5^4(\theta_5) = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_z(\theta_5)\mathbf{R}_x(\pi/2) & \mathbf{0}_{3 \times 1} \\ \mathbf{0}_{1 \times 3} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_5 & 0 & \sin \theta_5 & 0 \\ \sin \theta_5 & 0 & -\cos \theta_5 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Graphiquement:



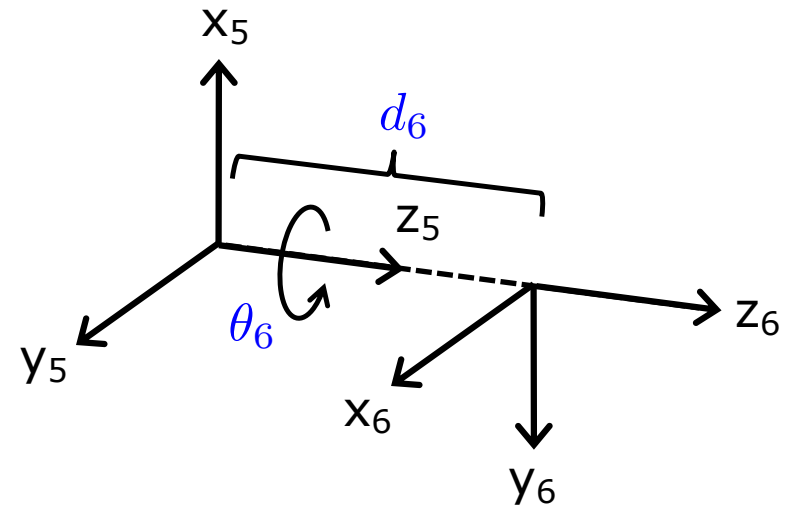
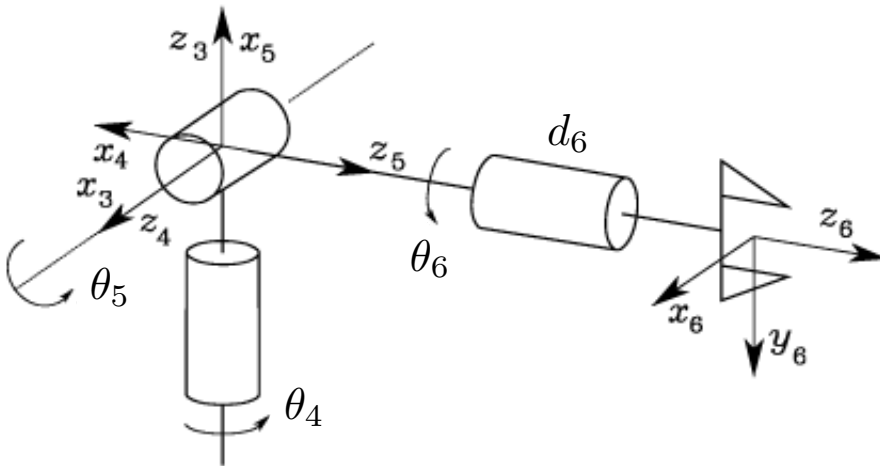


# Poignet de type rotule

Enfin ( $a_6 = 0$ ,  $\alpha_6 = 0$ ,  $d_6 \neq 0$ ,  $\theta_6 \neq 0$ ) :

$$\mathbf{A}_6^5(\theta_6) = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_z(\theta_6) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_6 & -\sin \theta_6 & 0 & 0 \\ \sin \theta_6 & \cos \theta_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_6 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Graphiquement:

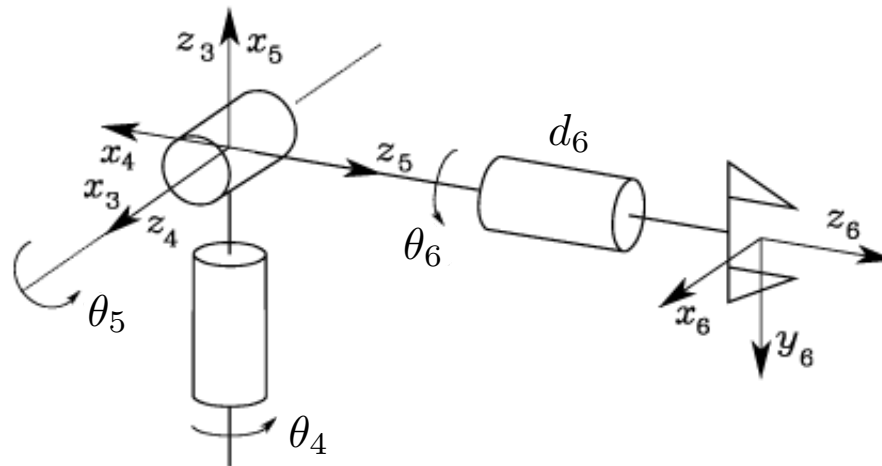


# Poignet de type rotule

**Conclusion:**

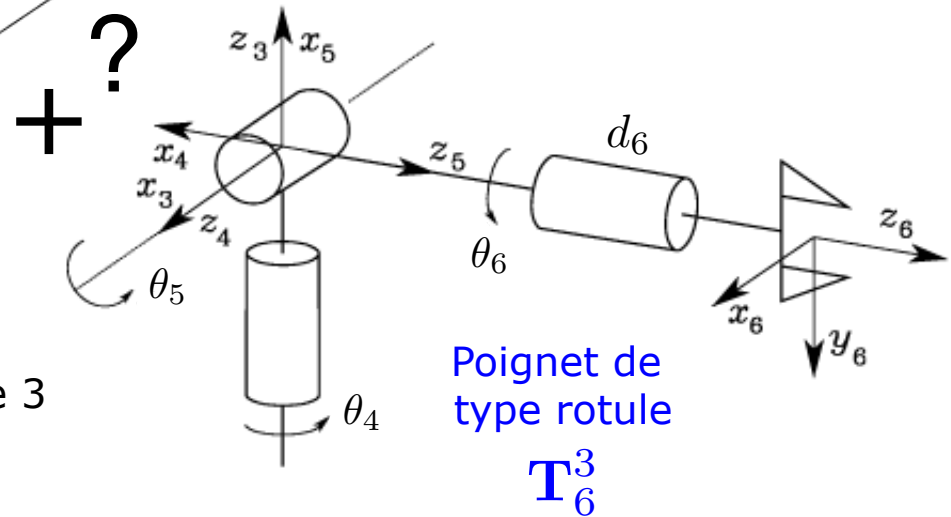
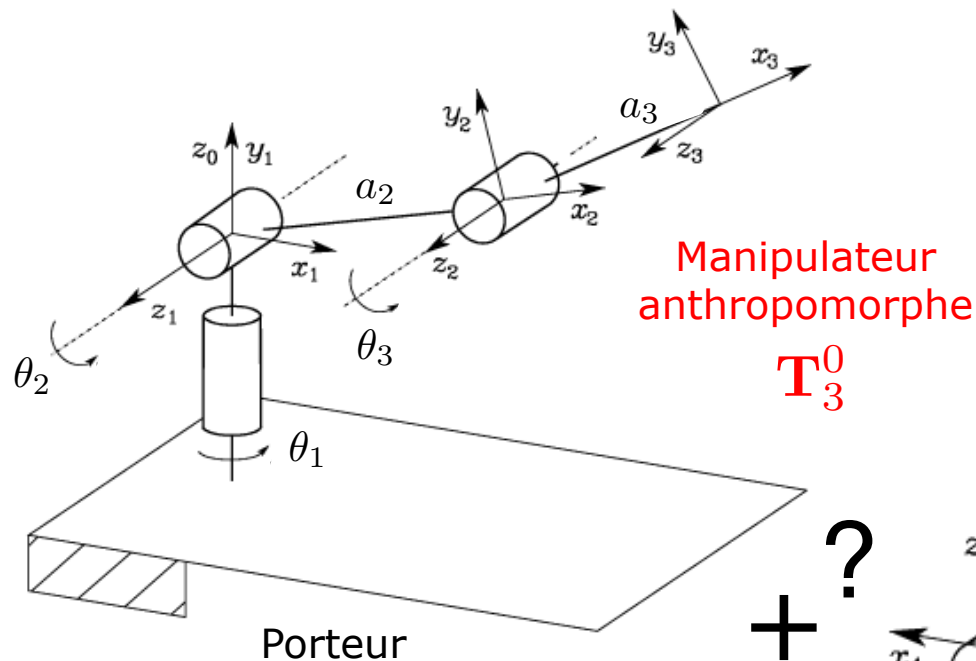
$$\mathbf{T}_6^3(\mathbf{q}) = \mathbf{A}_4^3 \mathbf{A}_5^4 \mathbf{A}_6^5 = \begin{bmatrix} c_4 c_5 c_6 - s_4 s_6 & -c_4 c_5 s_6 - s_4 c_6 & c_4 s_5 & c_4 s_5 d_6 \\ s_4 c_5 c_6 + c_4 s_6 & -s_4 c_5 s_6 + c_4 c_6 & s_4 s_5 & s_4 s_5 d_6 \\ -s_5 c_6 & s_5 s_6 & c_5 & c_5 d_6 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

où  $\mathbf{q} = [\theta_4, \theta_5, \theta_6]^T$



**Remarque:** Les axes du repère 6 coïncident avec les axes d'un repère admissible pour l'effecteur

## 6 – Manipulateur anthropomorphe avec poignet de type rotule



**Problème :** Le repère 3 du porteur ne peut pas coïncider avec le repère 3 du poignet de type rotule, donc:

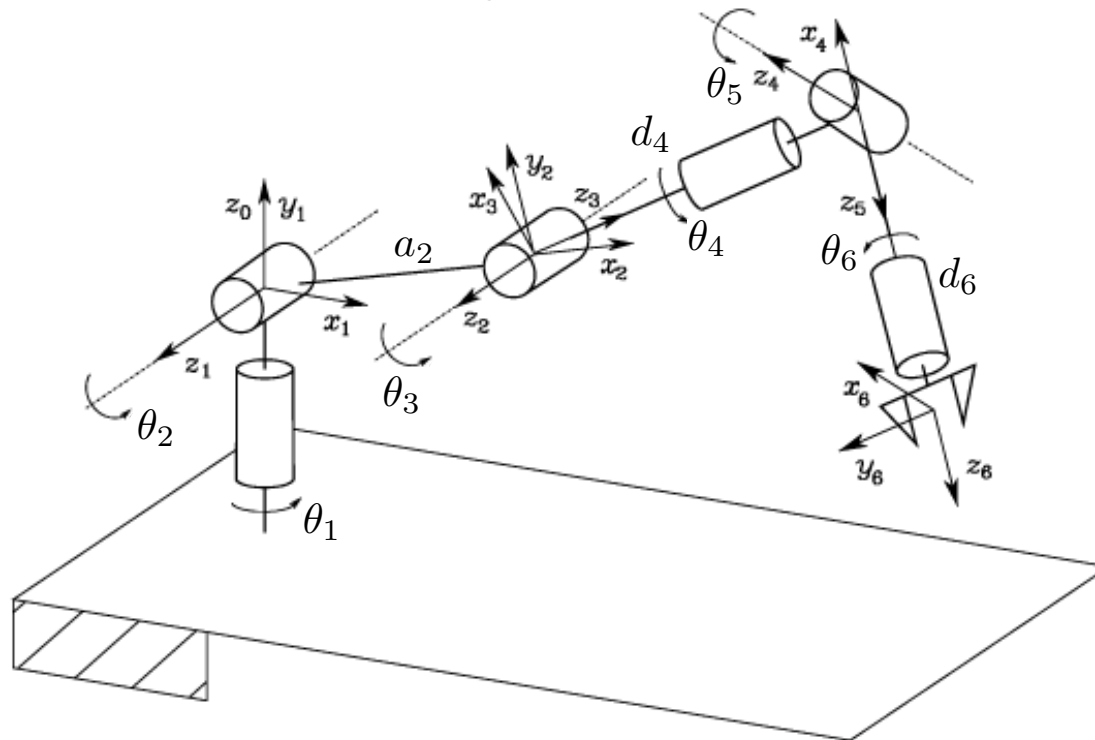
$$T_6^0 \neq T_3^0 T_6^3$$

# Manipulateur anthropomorphe avec poignet de type rotule

Deux solutions possibles pour déterminer  $T_6^0$  :

**Solution 1** : On interpose une matrice de transformation constante entre  $T_3^0$  and  $T_6^3$  qui permet d'aligner les deux repères

**Solution 2** : On redéfinit les repères de *toute la structure* en utilisant la convention de Denavit-Hartenberg



# Manipulateur anthropomorphe avec poignet de type rotule

Si nous adoptons la **Solution 2**, nous obtenons le tableau suivant:

Segment	$a_i$	$\alpha_i$	$d_i$	$\theta_i$
1	0	$\pi/2$	0	$\theta_1$
2	$a_2$	0	0	$\theta_2$
3	0	$\pi/2$	0	$\theta_3$
4	0	$-\pi/2$	$d_4^*$	$\theta_4$
5	0	$\pi/2$	0	$\theta_5$
6	0	0	$d_6^*$	$\theta_6$

- Les lignes 3 et 4 du tableau sont différentes des lignes correspondantes des tableaux de DH du manipulateur anthropomorphe et du poignet sphérique
- Il faut recalculer les matrices de transformation associées (pas toutes les autres !) à savoir:

$$\mathbf{A}_3^2(\theta_3) = \begin{bmatrix} \cos \theta_3 & 0 & \sin \theta_3 & 0 \\ \sin \theta_3 & 0 & -\cos \theta_3 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{A}_4^3(\theta_4) = \begin{bmatrix} \cos \theta_4 & 0 & -\sin \theta_4 & 0 \\ \sin \theta_4 & 0 & \cos \theta_4 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & d_4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

## Manipulateur anthropomorphe avec poignet de type rotule

**Conclusion:**  $\mathbf{T}_6^0 = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_6^0 & \mathbf{p}_6^0 \\ \mathbf{0}_{1 \times 3} & 1 \end{bmatrix}$

cf. TD2, Ex. 2

avec

$$\mathbf{p}_6^0 = \begin{bmatrix} a_2 c_1 c_2 + d_4 c_1 s_{23} + d_6 (c_1 (c_{23} c_4 s_5 + s_{23} c_5) + s_1 s_4 s_5) \\ a_2 s_1 c_2 + d_4 s_1 s_{23} + d_6 (s_1 (c_{23} c_4 s_5 + s_{23} c_5) - c_1 s_4 s_5) \\ a_2 s_2 - d_4 c_{23} + d_6 (s_{23} c_4 s_5 - c_{23} c_5) \end{bmatrix}$$

et les trois colonnes de la matrice de rotation  $\mathbf{R}_6^0$  sont, respectivement:

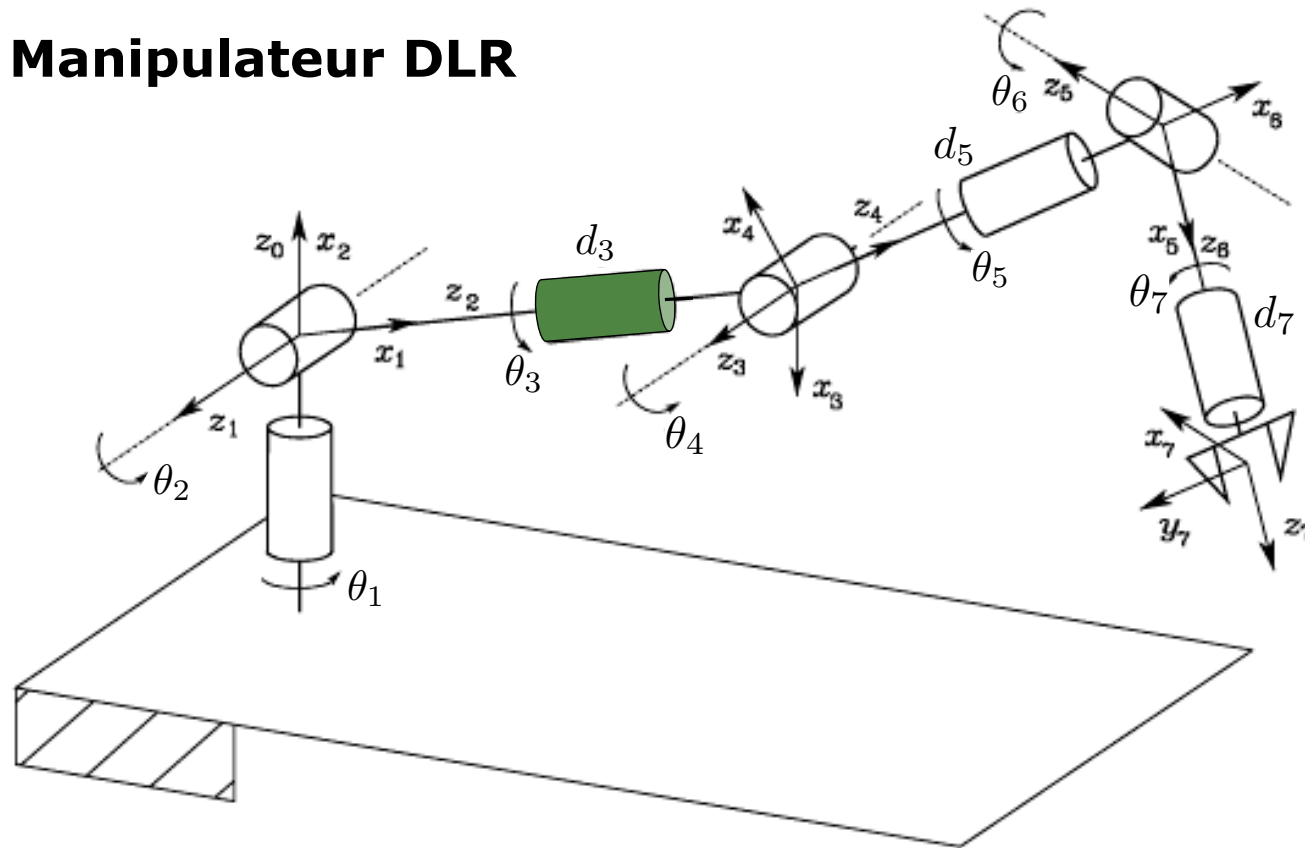
$$\mathbf{R}_6^0(:, 1) = \begin{bmatrix} c_1 (c_{23} (c_4 c_5 c_6 - s_4 s_6) - s_{23} s_5 c_6) + s_1 (s_4 c_5 c_6 + c_4 s_6) \\ s_1 (c_{23} (c_4 c_5 c_6 - s_4 s_6) - s_{23} s_5 c_6) - c_1 (s_4 c_5 c_6 + c_4 s_6) \\ s_{23} (c_4 c_5 c_6 - s_4 s_6) + c_{23} s_5 c_6 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{R}_6^0(:, 2) = \begin{bmatrix} c_1 (-c_{23} (c_4 c_5 s_6 + s_4 c_6) + s_{23} s_5 s_6) + s_1 (-s_4 c_5 s_6 + c_4 c_6) \\ s_1 (-c_{23} (c_4 c_5 s_6 + s_4 c_6) + s_{23} s_5 s_6) - c_1 (-s_4 c_5 s_6 + c_4 c_6) \\ -s_{23} (c_4 c_5 s_6 + s_4 c_6) - c_{23} s_5 s_6 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{R}_6^0(:, 3) = \begin{bmatrix} c_1 (c_{23} c_4 s_5 + s_{23} c_5) + s_1 s_4 s_5 \\ s_1 (c_{23} c_4 s_5 + s_{23} c_5) - c_1 s_4 s_5 \\ s_{23} c_4 s_5 - c_{23} c_5 \end{bmatrix}$$

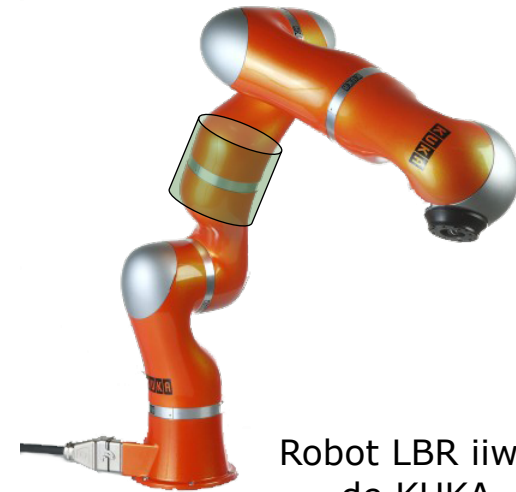
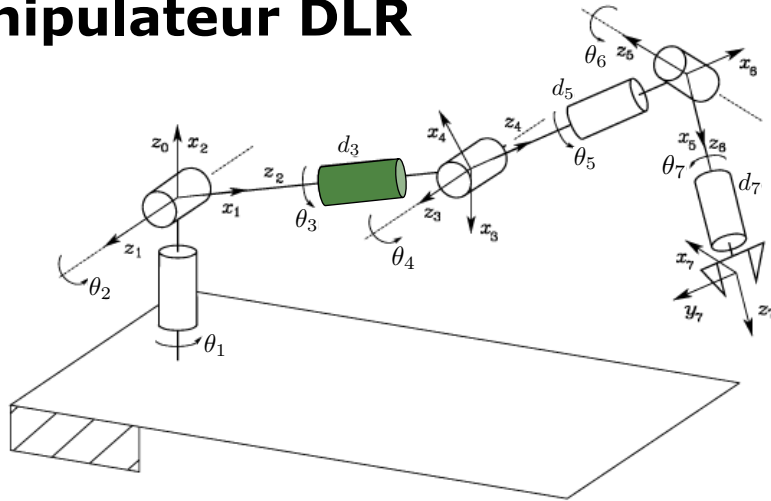
**Remarque:** si on met  $d_6 = 0$  dans  $\mathbf{p}_6^0$  on trouve les coordonnées du point d'intersection  $Q$  des axes du poignet de type rotule

## 7 – Manipulateur DLR



- La conception du *manipulateur DLR* est à la base du robot *LBR* ("Lightweight Robot") *iiwa* de KUKA (2013-aujourd'hui). A partir de 2018, cette géométrie a été aussi utilisée dans les robots *SARA* du DLR et *Panda* de Franka Emika
- Le manipulateur DLR a 7 DDL (comme le bras humain), donc il s'agit d'un robot *redondant du point de vue cinématique*
- Essentiellement, une articulation rotoïde (verte, dans la figure) a été rajoutée au porteur d'un manipulateur anthropomorphe avec poignet de type rotule

# Manipulateur DLR



Robot LBR iiwa  
de KUKA

## Paramètres de DH

Segment	$a_i$	$\alpha_i$	$d_i$	$\theta_i$
1	0	$\pi/2$	0	$\theta_1$
2	0	$\pi/2$	0	$\theta_2$
3	0	$\pi/2$	$d_3^*$	$\theta_3$
4	0	$\pi/2$	0	$\theta_4$
5	0	$\pi/2$	$d_5^*$	$\theta_5$
6	0	$\pi/2$	0	$\theta_6$
7	0	0	$d_7^*$	$\theta_7$



## Manipulateur DLR

On trouve que ( $a_i = \pi/2, i \in \{1, \dots, 6\}, d_1 = d_2 = d_4 = d_6 = 0$ ) :

$$\mathbf{A}_i^{i-1}(\theta_i) = \begin{bmatrix} \cos \theta_i & 0 & \sin \theta_i & 0 \\ \sin \theta_i & 0 & -\cos \theta_i & 0 \\ 0 & 1 & 0 & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad i \in \{1, \dots, 6\}$$

En revanche, puisque  $\alpha_7 = 0$  :

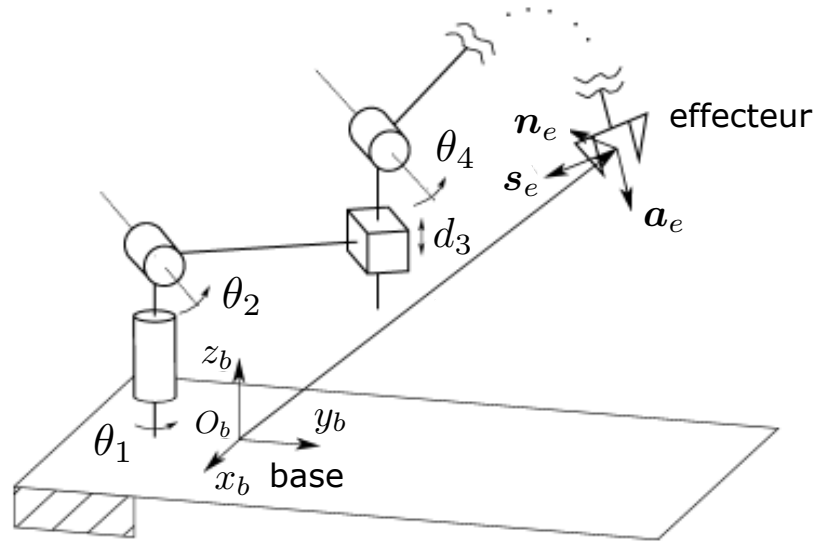
$$\mathbf{A}_7^6(\theta_7) = \begin{bmatrix} \cos \theta_7 & -\sin \theta_7 & 0 & 0 \\ \sin \theta_7 & \cos \theta_7 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_7 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

### Conclusion:

$$\mathbf{T}_7^0(\mathbf{q}) = \mathbf{A}_1^0(\theta_1) \mathbf{A}_2^1(\theta_2) \cdots \mathbf{A}_7^6(\theta_7) \text{ avec } \mathbf{q} = [\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_7]^T$$

# **Espace articulaire et opérationnel d'un robot**

# Espace articulaire et opérationnel d'un robot



**Objectif:** Spécifier une tâche pour l'effecteur d'un manipulateur à  $n$  articulations

On peut décrire la pose de l'effecteur du robot avec un vecteur  $m \times 1$  ( $m \leq n$ ) :

$$\mathbf{x}_e = \begin{bmatrix} \mathbf{p}_e \\ \phi_e \end{bmatrix}$$

← Position de l'effecteur

← Orientation de l'effecteur: on utilise une représentation minimale (par ex. un triplet d'angles d'Euler)

Le vecteur  $\mathbf{x}_e$  est défini dans l'espace où la *tâche du manipulateur est spécifiée*

Cet espace est appelé **espace opérationnel**

## Espace articulaire et opérationnel d'un robot

En revanche, l'**espace articulaire** ou l'*espace de configuration*, dénote l'espace où le vecteur des variable articulaires

$$\mathbf{q} = [q_1, \dots, q_n]^T$$

est défini. On a  $q_i = \theta_i$  si l'articulation est rotoïde et  $q_i = d_i$  si l'articulation est prismatique

---

On peut écrire le *modèle géométrique direct*, de façon alternative, comme:

$$\mathbf{x}_e = \mathbf{f}(\mathbf{q})$$

où la fonction  $\mathbf{f}(\cdot)$ , *non linéaire* en général, permet de calculer les variables dans l'espace opérationnel à partir des variables dans l'espace articulaire

Si  $m < n$ , c'est-à-dire la dimension de l'espace opérationnel est inférieure à la dimension de l'espace articulaire, on dit que le robot est **intrinsèquement redondant**. Pour un robot industriel à 6 DDL standard:  $m = n = 6$

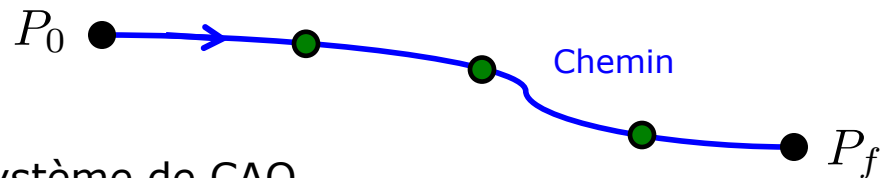
# Génération de mouvement

La tâche de déplacement d'un robot est spécifiée en définissant un **chemin** que le robot doit suivre

Un chemin est une **séquence de points** définis, soit dans l'*espace opérationnel* (afin de situer l'effecteur), soit dans l'*espace articulaire* du robot (afin d'indiquer les valeurs des paramètres des articulations)

Ces points peuvent être:

- Programmés par apprentissage
- Issus d'une base de données d'un système de CAO



## Problème de génération de mouvement:

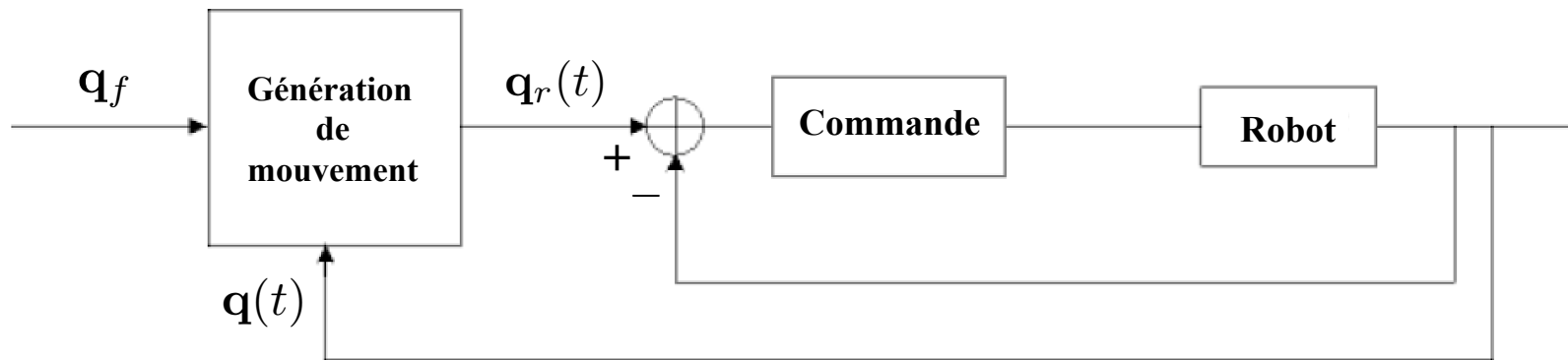
Calculer les séquences souhaitées de variables articulaires ou de variables liées à l'effecteur, qui assurent le passage du robot par le chemin désiré

Les trajectoires d'un robot peuvent être classifiées comme suit:

- 1) Les mouvements entre 2 points avec des *mouvements libres* entre les points
- 2) Les mouvements entre 2 points via une *séquence de points intermédiaires*
- 3) Les mouvements entre 2 points, la trajectoire étant *contrainte* entre les points (par ex. une trajectoire rectiligne)
- 4) Les mouvements entre 2 points via des points intermédiaires, la trajectoire étant contrainte entre les points intermédiaires

# Génération de mouvement

- Dans les **cas 1** et **2**, la génération de mouvement peut se faire directement dans l'*espace articulaire*: elle se traduit par une séquence de positions articulaires constituant les consignes des asservissements
- Dans les **cas 3** et **4**, la trajectoire étant fixée à tout instant dans l'*espace opérationnel*, il est préférable de raisonner dans cet espace
  - La loi de commande engendrée doit ensuite être transformée en consignes articulaires par un **changeur de coordonnées**



*Génération de mouvement dans l'espace articulaire*

# Génération de mouvement

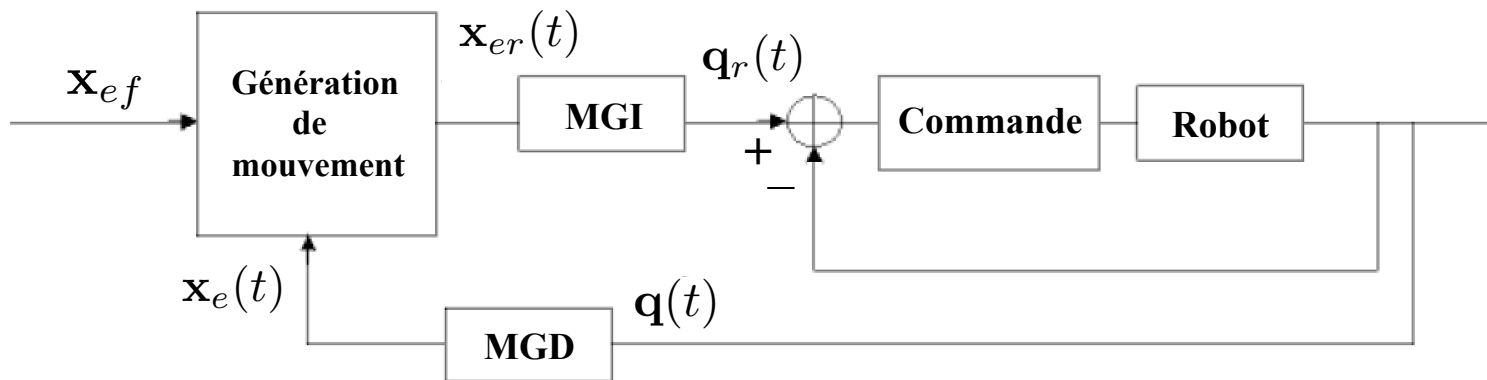
La génération de mouvement dans l'**espace articulaire** présente plusieurs **avantages**:

- Le mouvement est *minimal* sur chaque articulation
- Elle nécessite moins de calcul en ligne (au sens où il n'y a pas de *changeur de coordonnées*: pas besoin d'un modèle du robot)
- Le mouvement n'est pas affecté par le passage sur des *configurations singulières*
- Les contraintes de vitesse et de couple maximaux sont connues avec précision puisqu'elles correspondent aux *limites physiques* des actionneurs

## En revanche:

- La *géométrie de la trajectoire* dans l'espace articulaire ne peut être imposée. Entre deux points donnés, l'effecteur se déplace de façon *imprévisible* mais *répétitive* (ce qui peut occasionner des *collisions* lorsque le robot évolue dans un environnement encombré)
  - Ce type de mouvement est par conséquent approprié pour réaliser des *déplacements rapides dans un espace dégagé*

# Génération de mouvement



Génération de mouvement dans l'*espace opérationnel*

La génération de mouvement dans l'**espace opérationnel** permet de contrôler la *géométrie de la trajectoire* (par ex. un mouvement rectiligne)

## Par contre:

- Elle implique la transformation en coordonnées articulaires de chaque point de la trajectoire
- Elle peut être mise en échec lorsque la trajectoire calculée passe par une *position singulière*
- Elle peut être mise en échec chaque fois que les points de la trajectoire engendrée ne sont pas dans le *volume accessible* du robot ou chaque fois que la trajectoire impose une *reconfiguration du mécanisme* (changement d'aspect en cours de trajectoire)