

Robotique Industrielle

UPJV, Département EEA

M1 3EA, Parcours RoVA, EC15

Fabio MORBIDI

Laboratoire MIS

Équipe Perception Robotique

E-mail: fabio.morbidi@u-picardie.fr

**Lundi 13h30-16h30 (CM ou TD, salle CURI 304)
(TP, salle TP204)**

Année Universitaire 2023-2024



Plan du cours

Chapitre 1 : Introduction

- 1.1 Définitions
- 1.2 Constituants d'un robot
- 1.3 Classification des robots
- 1.4 Caractéristiques d'un robot
- 1.5 Générations de robots
- 1.6 Programmation des robots
- 1.7 Utilisation des robots



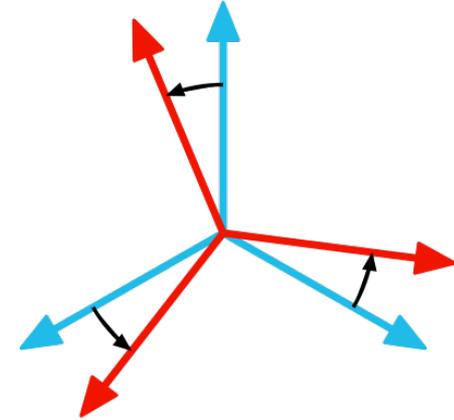
Chapitre 2 : Fondements Théoriques

- 2.1 Pose d'un corps rigide
 - Matrices de rotation et autres représentations de l'orientation
 - Transformations homogènes

Plan du cours

2.2 Cinématique

- Dérivée d'une matrice de rotation
- Vitesse angulaire d'un repère
- Mouvement de corps rigide
- Torseur cinématique



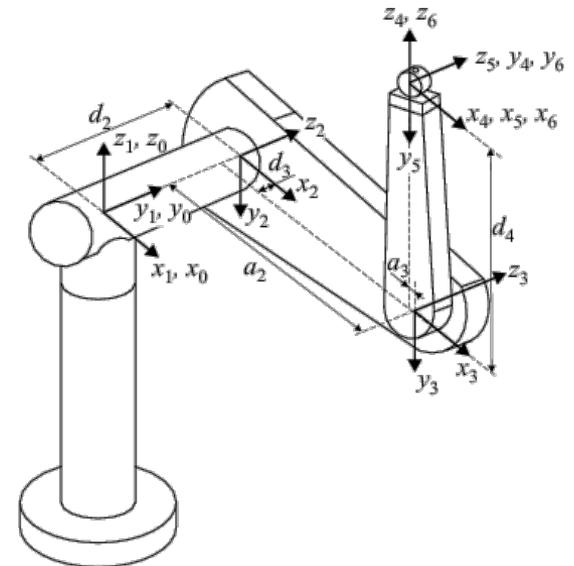
Chapitre 3 : Modélisation d'un Robot

3.1 Modèle géométrique

- Convention de Denavit-Hartenberg
- Modèle géométrique direct
- Modèle géométrique inverse

3.2 Modèle cinématique

- Modèle cinématique direct
- Modèle cinématique inverse



Exemples

Calcul du modèle géométrique direct

1. Manipulateur planaire à 3 segments (3 DDL)
2. Manipulateur sphérique (3 DDL)
3. Manipulateur SCARA à 4 DDL [exercice]
4. Manipulateur anthropomorphe (3 DDL)
5. Poignet de type rotule (3 DDL)
6. Manipulateur anthropomorphe avec poignet de type rotule (6 DDL)
7. Manipulateur DLR (7 DDL)

Manipulateur sphérique

Segment	a_i	α_i	d_i	θ_i
1	0	$-\pi/2$	0	θ_1
2	0	$\pi/2$	d_2^*	θ_2
3	0	0	d_3	0

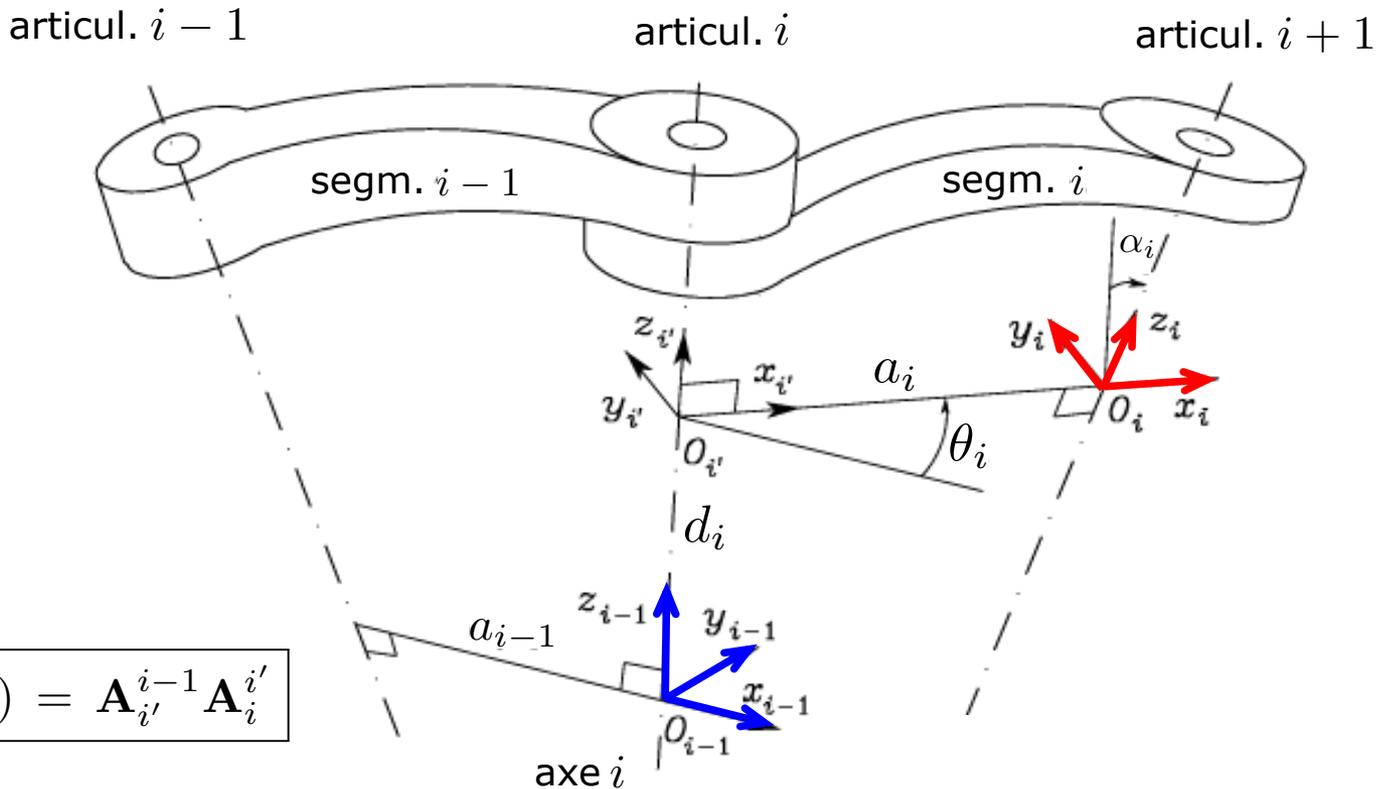
Tableau des paramètres de DH (" $*$ " veut dire que d_2 n'est pas une variable artic.)

Nous avons *deux articulations rotoïdes* et une *articulation prismatique*, donc il faut déterminer 3 matrices de transformation : $\mathbf{A}_1^0(\theta_1)$, $\mathbf{A}_2^1(\theta_2)$, $\mathbf{A}_3^2(d_3)$

La 1^{re} transformation est :

$$\mathbf{A}_1^0(\theta_1) = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_z(\theta_1)\mathbf{R}_x(-\pi/2) & \mathbf{0}_{3 \times 1} \\ \mathbf{0}_{1 \times 3} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_1 & 0 & -\sin \theta_1 & 0 \\ \sin \theta_1 & 0 & \cos \theta_1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Transformation homogène de DH $A_i^{i-1}(q_i)$



Rappel :

$$\mathbf{A}_i^{i-1}(q_i) = \mathbf{A}_{i'}^{i-1} \mathbf{A}_i^{i'}$$

avec

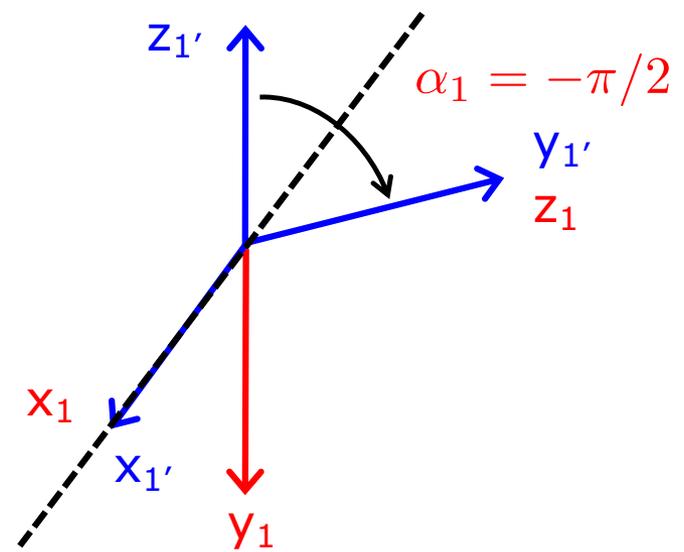
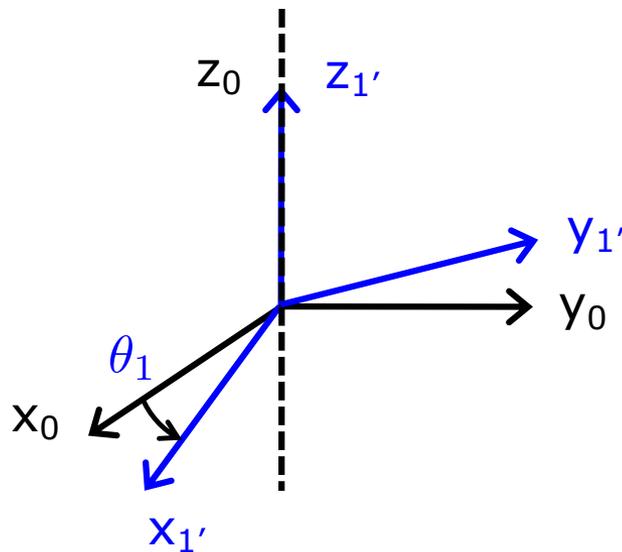
$$\mathbf{A}_{i'}^{i-1} = \begin{bmatrix} \cos \theta_i & -\sin \theta_i & 0 & 0 \\ \sin \theta_i & \cos \theta_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{A}_i^{i'} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a_i \\ 0 & \cos \alpha_i & -\sin \alpha_i & 0 \\ 0 & \sin \alpha_i & \cos \alpha_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Manipulateur sphérique

Dans notre cas $a_1 = 0$, $\alpha_1 = -\pi/2$, $d_1 = 0$, $\theta_1 \neq 0$ (1^{re} ligne du tableau de DH)

$$\mathbf{A}_1^0(\theta_1) = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_z(\theta_1)\mathbf{R}_x(-\pi/2) & \mathbf{0}_{3 \times 1} \\ \mathbf{0}_{1 \times 3} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_1 & 0 & -\sin \theta_1 & 0 \\ \sin \theta_1 & 0 & \cos \theta_1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

En effet, graphiquement :

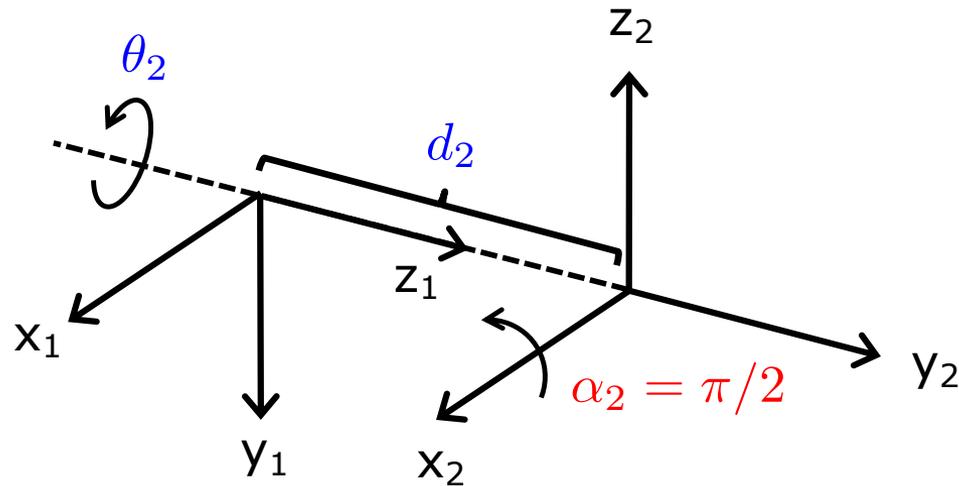


Manipulateur sphérique

Maintenant, $a_2 = 0$, $\alpha_2 = \pi/2$, $d_2 \neq 0$, $\theta_2 \neq 0$ (2^e ligne du tableau de DH) :

$$\mathbf{A}_2^1(\theta_2) = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_z(\theta_2)\mathbf{R}_x(\pi/2) & 0 \\ 0 & d_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_2 & 0 & \sin \theta_2 & 0 \\ \sin \theta_2 & 0 & -\cos \theta_2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & d_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Graphiquement :



Manipulateur sphérique

Enfin $a_3 = 0$, $\alpha_3 = 0$, $d_3 \neq 0$, $\theta_3 = 0$ (3^e ligne du tableau de DH) :

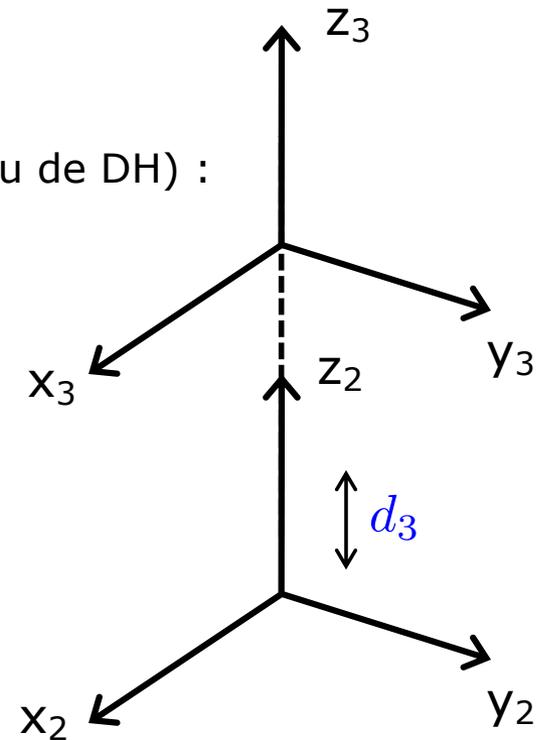
$$\mathbf{A}_3^2(d_3) = \begin{bmatrix} & & & 0 \\ & \mathbf{I}_3 & & 0 \\ & & & d_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Remarque : Il est évident que la 3^e articulation n'a aucun effet sur l'orientation de l'effecteur

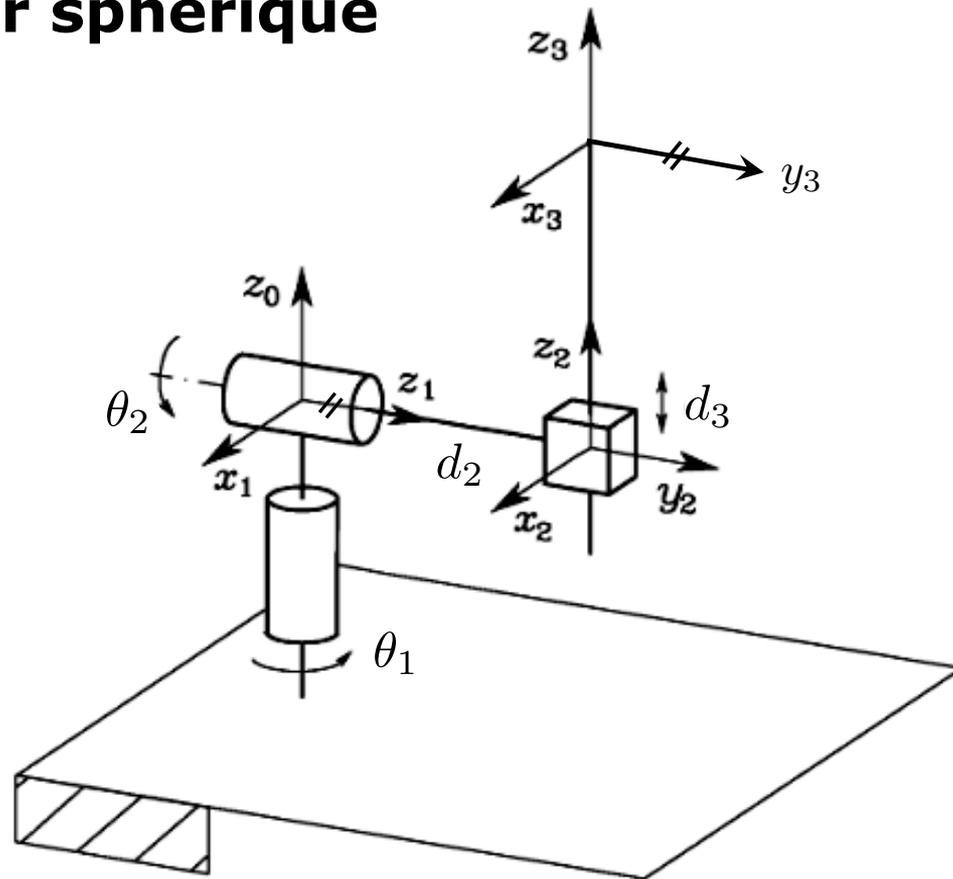
Conclusion :

$$\mathbf{T}_3^0(\mathbf{q}) = \mathbf{A}_1^0 \mathbf{A}_2^1 \mathbf{A}_3^2 = \begin{bmatrix} c_1 c_2 & -s_1 & c_1 s_2 & c_1 s_2 d_3 - s_1 d_2 \\ s_1 c_2 & c_1 & s_1 s_2 & s_1 s_2 d_3 + c_1 d_2 \\ -s_2 & 0 & c_2 & c_2 d_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

où $\mathbf{q} = [\theta_1, \theta_2, d_3]^T$ et $c_1 = \cos \theta_1$, $s_1 = \sin \theta_1$



Manipulateur sphérique



Remarques :

- L'orientation du vecteur unitaire y_3^0 est déterminée uniquement par la 1^{re} articulation, car l'axe z_1 de la 2^e articulation est parallèle à l'axe y_3
- Dans le manipulateur sphérique, le repère 3 peut représenter le repère d'un effecteur (pince), donc $\mathbf{T}_e^3 = \mathbf{I}_4$ et $\mathbf{T}_e^0 = \mathbf{T}_3^0$

3 - Manipulateur SCARA à 4 DDL

Exercice :

1. Positionner les repères et déterminer les paramètres de DH du manipulateur SCARA à 4 DDL montré dans la figure

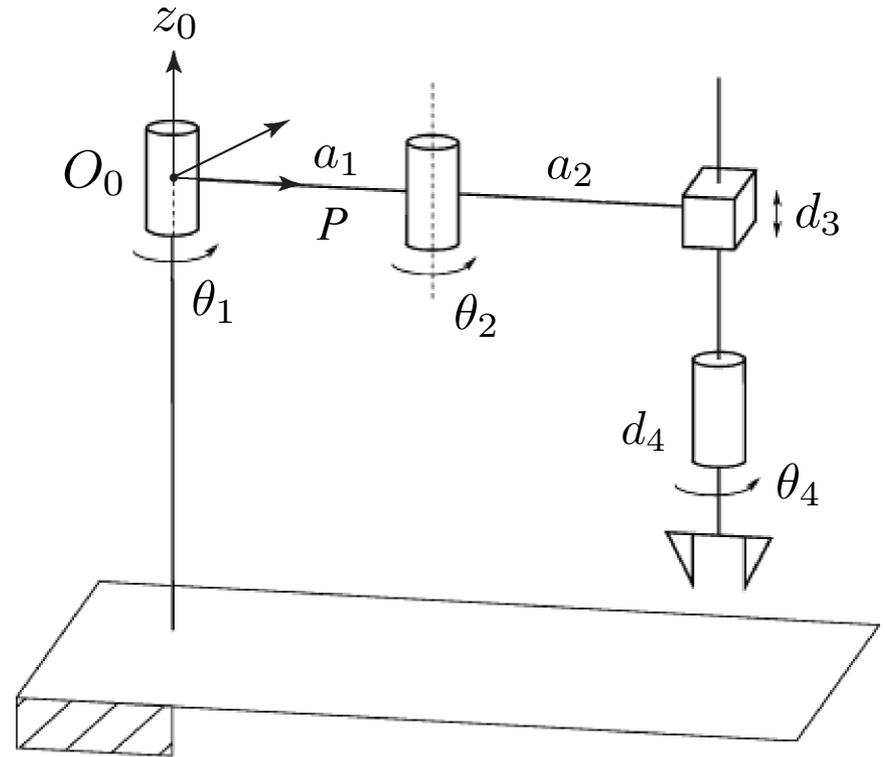
2. Calculer le modèle géométrique direct du manipulateur

3. Les coordonnées du point P dans le repère 0 de la base, sont:

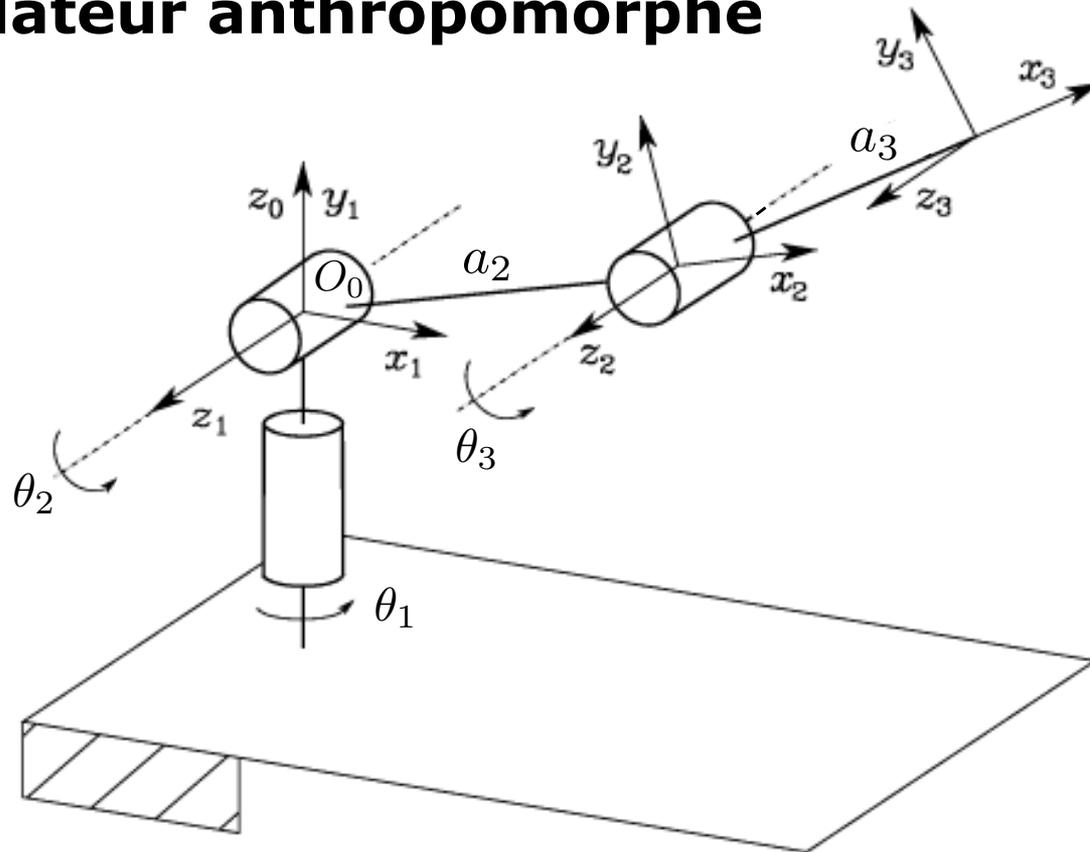
$$\mathbf{p}^0 = [1, 0, 0]^T.$$

Déterminer les coordonnées du même point dans le référentiel de l'effecteur

4. Écrire une fonction MATLAB qui prend en entrée les valeurs des variables articulaires du robot et les coordonnées du point P dans le repère de la base. La fonction renvoie les coordonnées du point P dans le repère de l'effecteur



4 – Manipulateur anthropomorphe



Remarques :

- Le manipulateur anthropomorphe correspond à un manipulateur planaire à deux segments avec une rotation supplémentaire autour d'un axe du plan
- L'origine du repère 0 est située à l'intersection des axes z_0 et z_1 de façon que $d_1 = 0$
- Les axes z_1 et z_2 sont parallèles et pour les axes x_1 et x_2 on peut faire le même choix que pour le manipulateur planaire à 3 segments vu précédemment

Manipulateur anthropomorphe

Segment	a_i	α_i	d_i	θ_i
1	0	$\pi/2$	0	θ_1
2	a_2	0	0	θ_2
3	a_3	0	0	θ_3

Tableau des paramètres de DH

Nous avons *trois articulations rotoïdes*, donc il faut déterminer 3 matrices de transformation : $\mathbf{A}_1^0(\theta_1)$, $\mathbf{A}_2^1(\theta_2)$, $\mathbf{A}_3^2(\theta_3)$

La 1^{re} transformation est :

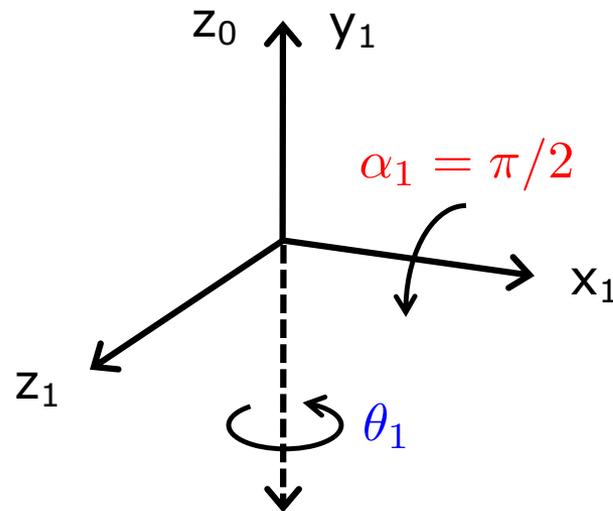
$$\mathbf{A}_1^0(\theta_1) = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_z(\theta_1)\mathbf{R}_x(\pi/2) & \mathbf{0}_{3 \times 1} \\ \mathbf{0}_{1 \times 3} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_1 & 0 & \sin \theta_1 & 0 \\ \sin \theta_1 & 0 & -\cos \theta_1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Manipulateur anthropomorphe

Nous avons $a_1 = 0$, $\alpha_1 = \pi/2$, $d_1 = 0$, $\theta_1 \neq 0$ (1^{re} ligne du tableau de DH) :

$$\mathbf{A}_1^0(\theta_1) = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_z(\theta_1)\mathbf{R}_x(\pi/2) & \mathbf{0}_{3 \times 1} \\ \mathbf{0}_{1 \times 3} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_1 & 0 & \sin \theta_1 & 0 \\ \sin \theta_1 & 0 & -\cos \theta_1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

En effet, graphiquement :



Manipulateur anthropomorphe

Pour les deux articulations rotoïdes restantes (l'articulation 2 et 3) :

$$\mathbf{A}_{i-1}^i(\theta_i) = \begin{bmatrix} \cos \theta_i & -\sin \theta_i & 0 & a_i \cos \theta_i \\ \sin \theta_i & \cos \theta_i & 0 & a_i \sin \theta_i \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad i \in \{2, 3\}$$

Conclusion :

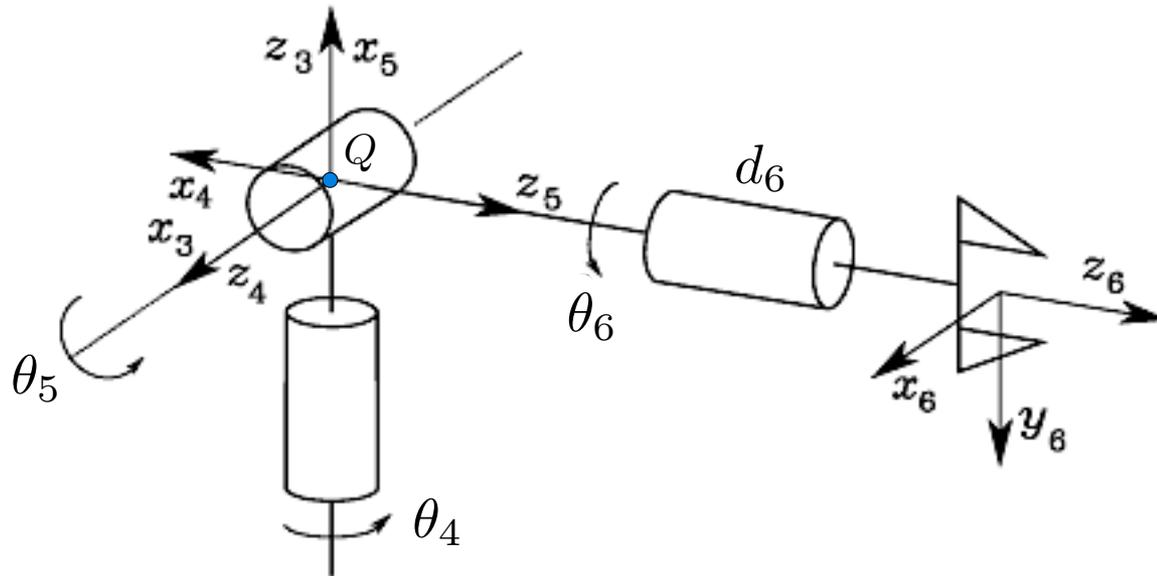
$$\mathbf{T}_3^0(\mathbf{q}) = \mathbf{A}_1^0 \mathbf{A}_2^1 \mathbf{A}_3^2 = \begin{bmatrix} c_1 c_{23} & -c_1 s_{23} & s_1 & c_1 (a_2 c_2 + a_3 c_{23}) \\ s_1 c_{23} & -s_1 s_{23} & -c_1 & s_1 (a_2 c_2 + a_3 c_{23}) \\ s_{23} & c_{23} & 0 & a_2 s_2 + a_3 s_{23} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

avec $\mathbf{q} = [\theta_1, \theta_2, \theta_3]^T$ et $c_1 = \cos \theta_1$, $s_1 = \sin \theta_1$

$$c_{23} = \cos(\theta_2 + \theta_3), \quad s_{23} = \sin(\theta_2 + \theta_3)$$

Remarque : Puisque z_3 est aligné avec z_2 , le repère 3 n'est pas un repère admissible pour l'effecteur. Pour y remédier, il faut considérer la *transformation constante* \mathbf{T}_e^3 déjà vue pour le manipulateur planaire à 3 segments

5 – Poignet de type rotule (ou poignet sphérique)



- Les variables des articulations sont numérotées à partir de "4" car le poignet est typiquement monté sur le porteur à 3 DDL d'un robot à 6 DDL
- Les 3 axes des articulations rotoïdes sont *concourants* (c'est-à-dire, les axes se coupent en un même point Q , le **point bleu** en figure)
- Si les axes z_3 , z_4 et z_5 ont été fixés et l'axe x_3 a été choisi, la direction de x_4 et de x_5 reste indéterminée

Poignet de type rotule

Segment	a_i	α_i	d_i	θ_i
4	0	$-\pi/2$	0	θ_4
5	0	$\pi/2$	0	θ_5
6	0	0	d_6^*	θ_6

Tableau des paramètres de DH

Nous avons *trois articulations rotoïdes*

La 1^{re} transformation est (cf. la 1^{re} transformation du manipulateur sphérique) :

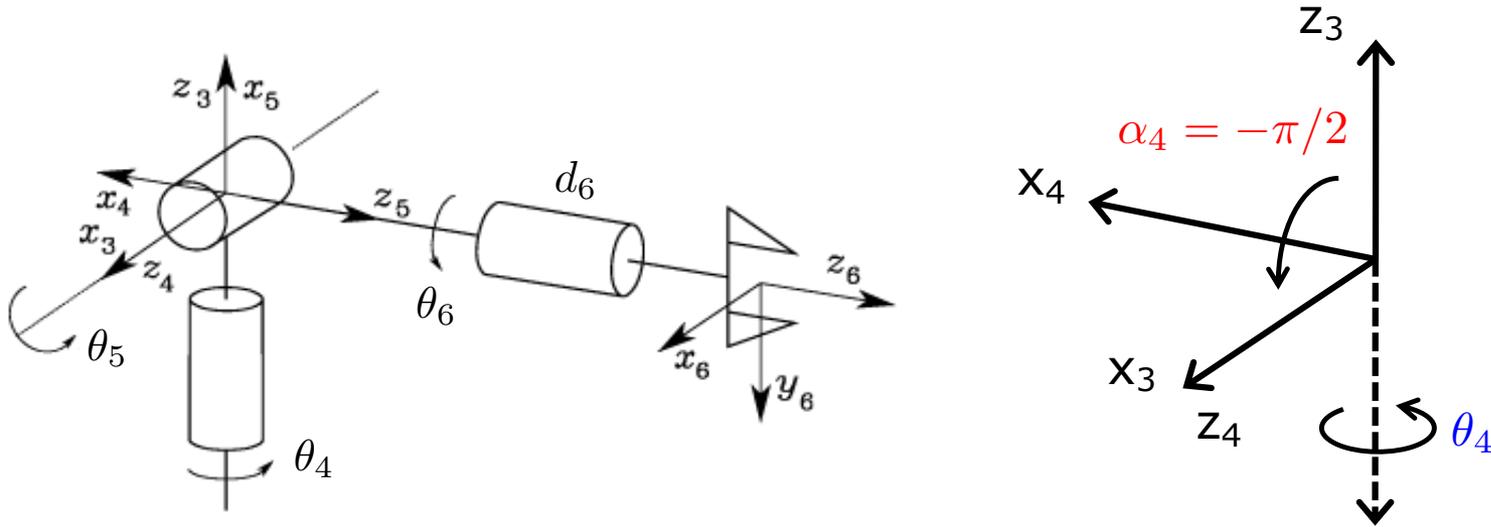
$$\mathbf{A}_4^3(\theta_4) = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_z(\theta_4)\mathbf{R}_x(-\pi/2) & \mathbf{0}_{3 \times 1} \\ \mathbf{0}_{1 \times 3} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_4 & 0 & -\sin \theta_4 & 0 \\ \sin \theta_4 & 0 & \cos \theta_4 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Poignet de type rotule

Nous avons $a_4 = 0$, $\alpha_4 = -\pi/2$, $d_4 = 0$, $\theta_4 \neq 0$ (1^{re} ligne du tableau de DH) :

$$\mathbf{A}_4^3(\theta_4) = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_z(\theta_4)\mathbf{R}_x(-\pi/2) & \mathbf{0}_{3 \times 1} \\ \mathbf{0}_{1 \times 3} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_4 & 0 & -\sin \theta_4 & 0 \\ \sin \theta_4 & 0 & \cos \theta_4 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Graphiquement :

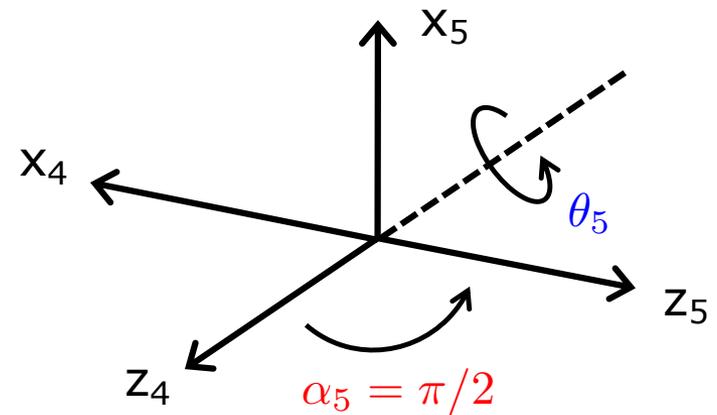
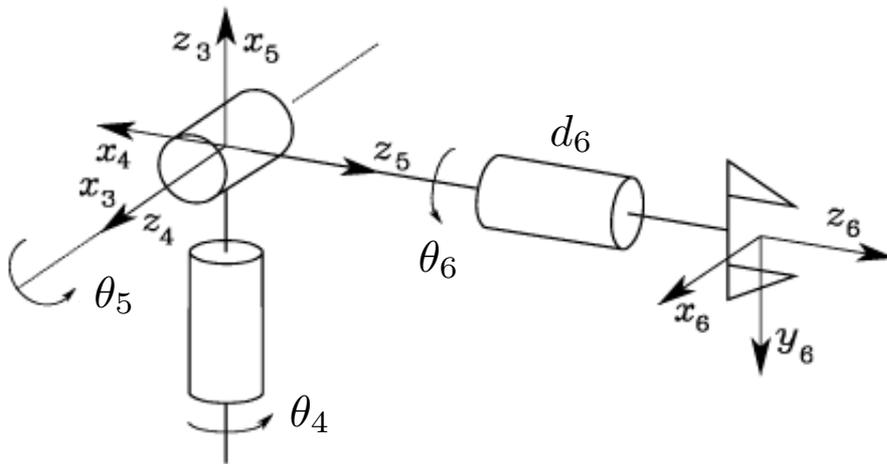


Poignet de type rotule

La 2^e transformation est (cf. la 1^{re} transformation du manipul. anthropomorphe) :

$$\mathbf{A}_5^4(\theta_5) = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_z(\theta_5)\mathbf{R}_x(\pi/2) & \mathbf{0}_{3 \times 1} \\ \mathbf{0}_{1 \times 3} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_5 & 0 & \sin \theta_5 & 0 \\ \sin \theta_5 & 0 & -\cos \theta_5 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Graphiquement :

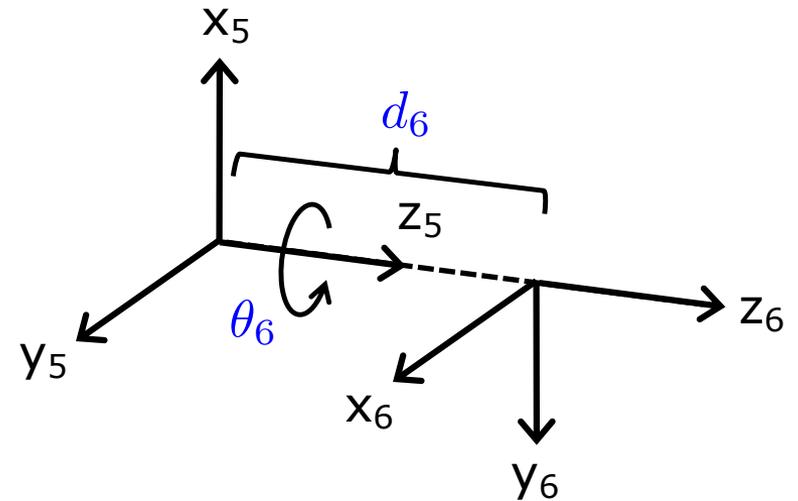
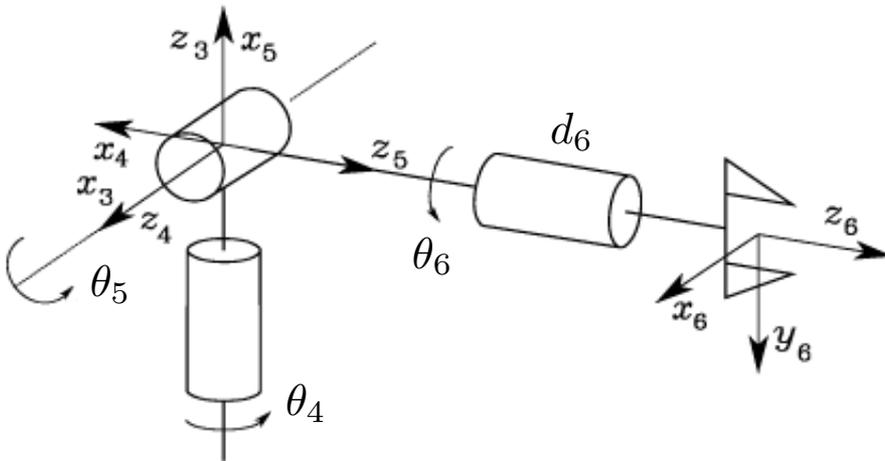


Poignet de type rotule

Enfin ($a_6 = 0$, $\alpha_6 = 0$, $d_6 \neq 0$, $\theta_6 \neq 0$) :

$$\mathbf{A}_6^5(\theta_6) = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_z(\theta_6) & 0 \\ 0 & d_6 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_6 & -\sin \theta_6 & 0 & 0 \\ \sin \theta_6 & \cos \theta_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_6 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Graphiquement :

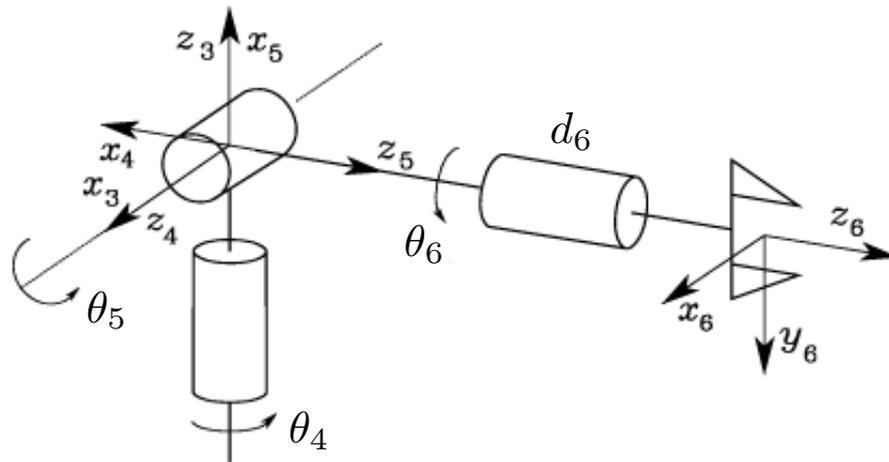


Poignet de type rotule

Conclusion :

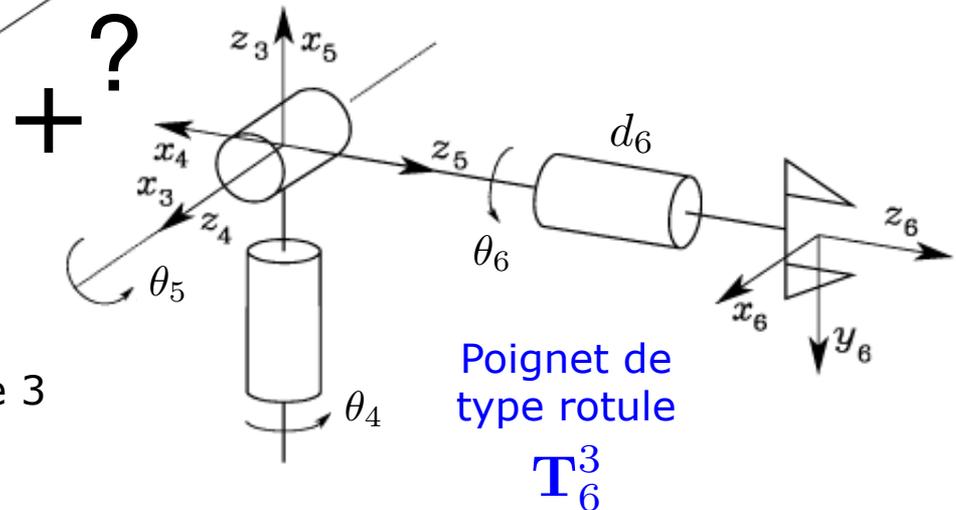
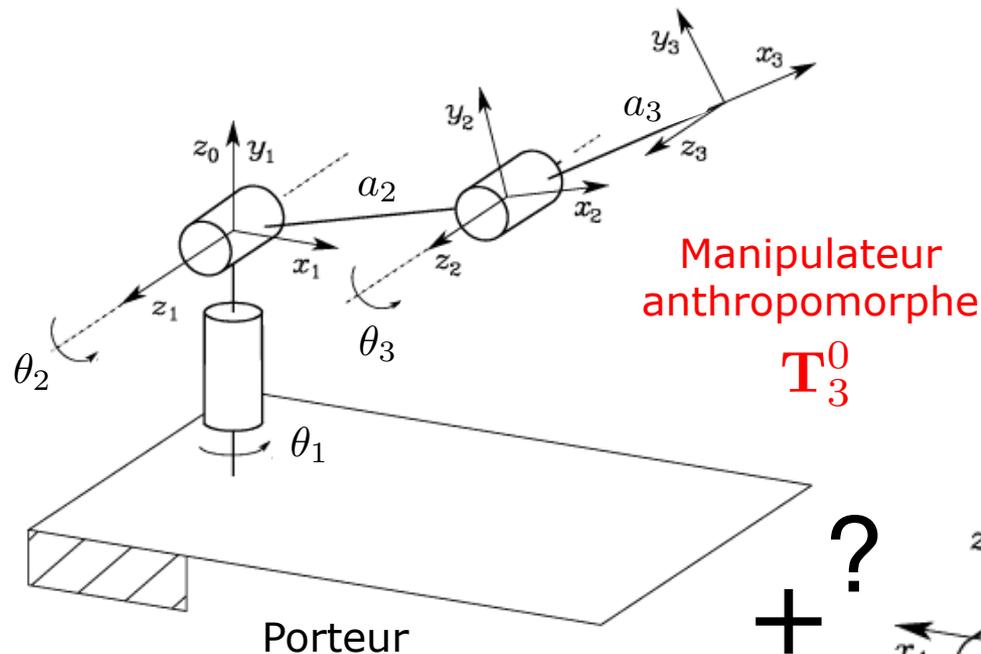
$$\mathbf{T}_6^3(\mathbf{q}) = \mathbf{A}_4^3 \mathbf{A}_5^4 \mathbf{A}_6^5 = \begin{bmatrix} c_4 c_5 c_6 - s_4 s_6 & -c_4 c_5 s_6 - s_4 c_6 & c_4 s_5 & c_4 s_5 d_6 \\ s_4 c_5 c_6 + c_4 s_6 & -s_4 c_5 s_6 + c_4 c_6 & s_4 s_5 & s_4 s_5 d_6 \\ -s_5 c_6 & s_5 s_6 & c_5 & c_5 d_6 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

avec $\mathbf{q} = [\theta_4, \theta_5, \theta_6]^T$



Remarque : Les axes du repère 6 coïncident avec les axes d'un repère admissible pour l'effecteur

6 – Manipulateur anthropomorphe avec poignet de type rotule



Problème : Le repère 3 du porteur ne peut pas coïncider avec le repère 3 du poignet de type rotule, donc :

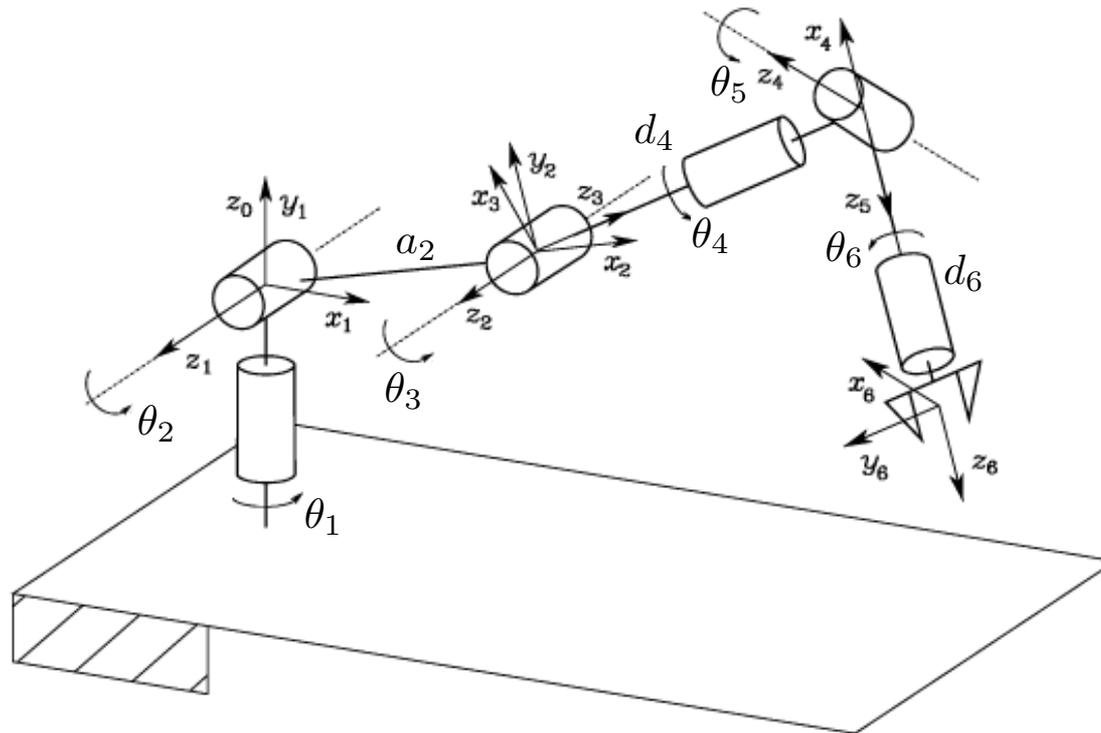
$$T_6^0 \neq T_3^0 T_6^3$$

Manipulateur anthropomorphe avec poignet de type rotule

Deux solutions possibles pour déterminer T_6^0 :

Solution 1 : On interpose une matrice de transformation constante entre T_3^0 et T_6^3 pour aligner les deux repères

Solution 2 : On redéfinit les repères de *tout le mécanisme* en utilisant la convention de Denavit-Hartenberg



Manipulateur anthropomorphe avec poignet de type rotule

Si nous adoptons la **Solution 2**, nous obtenons le tableau de DH suivant :

Segment	a_i	α_i	d_i	θ_i
1	0	$\pi/2$	0	θ_1
2	a_2	0	0	θ_2
3	0	$\pi/2$	0	θ_3
4	0	$-\pi/2$	d_4^*	θ_4
5	0	$\pi/2$	0	θ_5
6	0	0	d_6^*	θ_6

- Les **lignes 3 et 4** du tableau sont différentes des lignes correspondantes des tableaux de DH du manipulateur anthropomorphe et du poignet rotule
- Il faut recalculer les matrices de transformation associées (pas toutes les autres !) à savoir :

$$\mathbf{A}_3^2(\theta_3) = \begin{bmatrix} \cos \theta_3 & 0 & \sin \theta_3 & 0 \\ \sin \theta_3 & 0 & -\cos \theta_3 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{A}_4^3(\theta_4) = \begin{bmatrix} \cos \theta_4 & 0 & -\sin \theta_4 & 0 \\ \sin \theta_4 & 0 & \cos \theta_4 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & d_4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Manipulateur anthropomorphe avec poignet de type rotule

Conclusion : $\mathbf{T}_6^0(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_6^0 & \mathbf{p}_6^0 \\ \mathbf{0}_{1 \times 3} & 1 \end{bmatrix}$, $\mathbf{q} = [\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_6]^T$

cf. TD 2, Ex. 2

avec

$$\mathbf{p}_6^0 = \begin{bmatrix} a_2 c_1 c_2 + d_4 c_1 s_{23} + d_6 (c_1 (c_{23} c_4 s_5 + s_{23} c_5) + s_1 s_4 s_5) \\ a_2 s_1 c_2 + d_4 s_1 s_{23} + d_6 (s_1 (c_{23} c_4 s_5 + s_{23} c_5) - c_1 s_4 s_5) \\ a_2 s_2 - d_4 c_{23} + d_6 (s_{23} c_4 s_5 - c_{23} c_5) \end{bmatrix}$$

et les trois colonnes de la matrice de rotation \mathbf{R}_6^0 sont, respectivement :

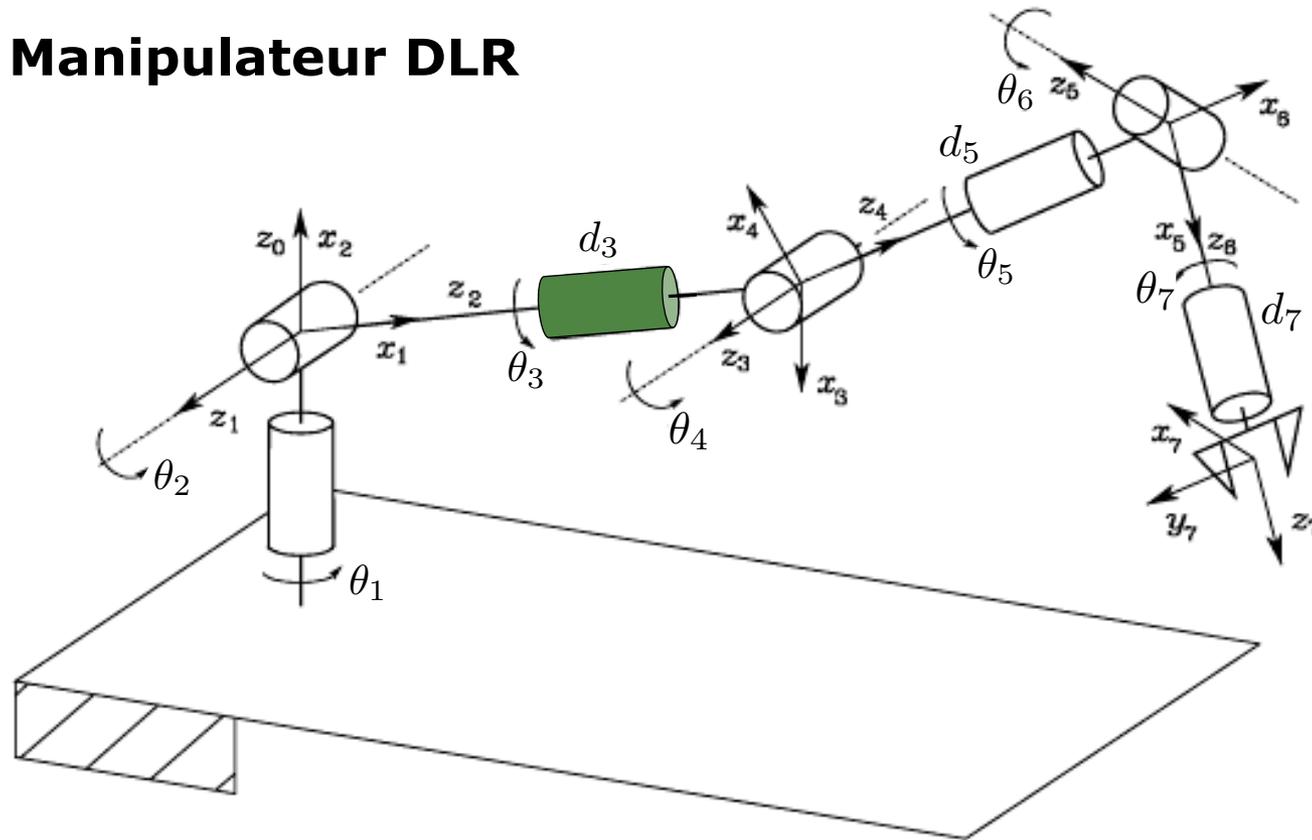
$$\mathbf{R}_6^0(:, 1) = \begin{bmatrix} c_1 (c_{23} (c_4 c_5 c_6 - s_4 s_6) - s_{23} s_5 c_6) + s_1 (s_4 c_5 c_6 + c_4 s_6) \\ s_1 (c_{23} (c_4 c_5 c_6 - s_4 s_6) - s_{23} s_5 c_6) - c_1 (s_4 c_5 c_6 + c_4 s_6) \\ s_{23} (c_4 c_5 c_6 - s_4 s_6) + c_{23} s_5 c_6 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{R}_6^0(:, 2) = \begin{bmatrix} c_1 (-c_{23} (c_4 c_5 s_6 + s_4 c_6) + s_{23} s_5 s_6) + s_1 (-s_4 c_5 s_6 + c_4 c_6) \\ s_1 (-c_{23} (c_4 c_5 s_6 + s_4 c_6) + s_{23} s_5 s_6) - c_1 (-s_4 c_5 s_6 + c_4 c_6) \\ -s_{23} (c_4 c_5 s_6 + s_4 c_6) - c_{23} s_5 s_6 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{R}_6^0(:, 3) = \begin{bmatrix} c_1 (c_{23} c_4 s_5 + s_{23} c_5) + s_1 s_4 s_5 \\ s_1 (c_{23} c_4 s_5 + s_{23} c_5) - c_1 s_4 s_5 \\ s_{23} c_4 s_5 - c_{23} c_5 \end{bmatrix}$$

Remarque : si on met $d_6 = 0$ dans \mathbf{p}_6^0 on trouve les coordonnées du point d'intersection Q des 3 axes du poignet de type rotule

7 – Manipulateur DLR

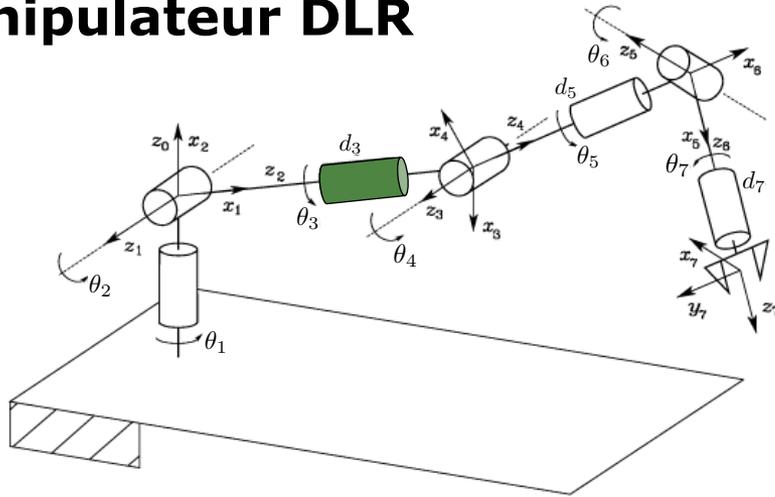



DLR
Deutsches
Zentrum für
Luft- und
Raumfahrt

(Centre
aérospatial
allemand)

- La conception du *manipulateur DLR* est à la base du robot *LBR* ("Lightweight Robot") *iiwa* de KUKA (2013-aujourd'hui). A partir de 2018, cette géométrie a été aussi utilisée dans les robots *SARA* du DLR et *Panda* de Franka Emika
- Le manipulateur DLR a 7 DDL (comme le bras humain), donc il s'agit d'un robot *redondant du point de vue cinématique*
- Essentiellement, une articulation rotoïde (verte, dans la figure) a été rajoutée au porteur d'un manipulateur anthropomorphe avec poignet de type rotule

Manipulateur DLR



Robot LBR iiwa
de KUKA

Paramètres de DH

Segment	a_i	α_i	d_i	θ_i
1	0	$\pi/2$	0	θ_1
2	0	$\pi/2$	0	θ_2
3	0	$\pi/2$	d_3^*	θ_3
4	0	$\pi/2$	0	θ_4
5	0	$\pi/2$	d_5^*	θ_5
6	0	$\pi/2$	0	θ_6
7	0	0	d_7^*	θ_7

Manipulateur DLR

On trouve que ($\alpha_i = \pi/2$, $i \in \{1, \dots, 6\}$, $d_1 = d_2 = d_4 = d_6 = 0$) :

$$\mathbf{A}_i^{i-1}(\theta_i) = \begin{bmatrix} \cos \theta_i & 0 & \sin \theta_i & 0 \\ \sin \theta_i & 0 & -\cos \theta_i & 0 \\ 0 & 1 & 0 & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad i \in \{1, \dots, 6\}$$

En revanche, puisque $\alpha_7 = 0$:

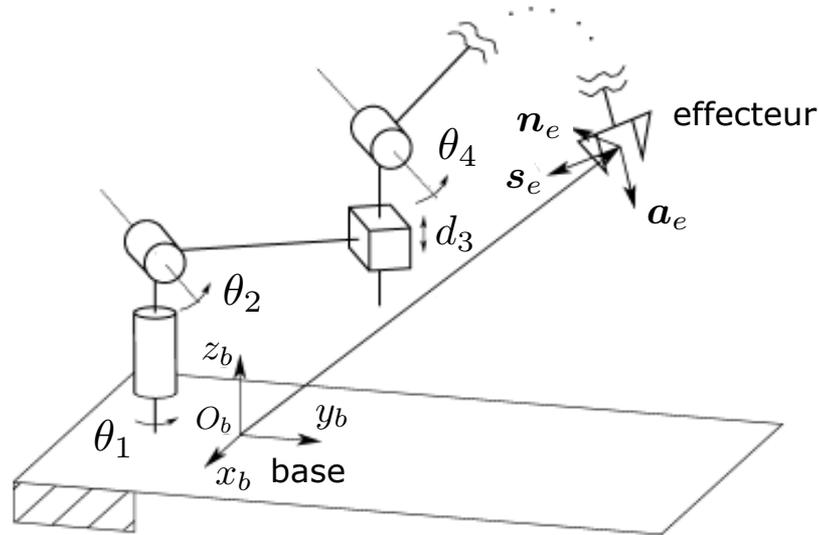
$$\mathbf{A}_7^6(\theta_7) = \begin{bmatrix} \cos \theta_7 & -\sin \theta_7 & 0 & 0 \\ \sin \theta_7 & \cos \theta_7 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_7 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Conclusion :

$$\mathbf{T}_7^0(\mathbf{q}) = \mathbf{A}_1^0(\theta_1) \mathbf{A}_2^1(\theta_2) \cdots \mathbf{A}_7^6(\theta_7) \text{ avec } \mathbf{q} = [\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_7]^T$$

Espace articulaire et opérationnel d'un robot

Espace articulaire et opérationnel d'un robot



Objectif : Spécifier une tâche pour l'effecteur d'un manipulateur à n articulations

On peut décrire la pose de l'effecteur du robot avec un vecteur $m \times 1$ ($m \leq n$) :

$$\mathbf{x}_e = \begin{bmatrix} \mathbf{p}_e \\ \phi_e \end{bmatrix}$$

← Position de l'effecteur
← Orientation de l'effecteur : on utilise une représentation minimale (par ex. un triplet d'angles d'Euler)

Le vecteur \mathbf{x}_e est défini dans l'espace où la *tâche du manipulateur est spécifiée*

Cet espace est appelé **espace opérationnel**

Espace articulaire et opérationnel d'un robot

En revanche, l'**espace articulaire** ou l'*espace de configuration*, dénote l'espace où le vecteur des variable articulaires

$$\mathbf{q} = [q_1, \dots, q_n]^T$$

est défini. On a $q_i = \theta_i$ si l'articulation est rotoïde et $q_i = d_i$ si l'articulation est prismatique

On peut exprimer le *modèle géométrique direct* de façon alternative, comme :

$$\mathbf{x}_e = \mathbf{f}(\mathbf{q})$$

où la fonction $\mathbf{f}(\cdot)$, *non linéaire* en général, permet de calculer les variables dans l'espace opérationnel à partir des variables dans l'espace articulaire

Si $m < n$, c'est-à-dire la dimension de l'espace opérationnel est inférieure à la dimension de l'espace articulaire, on dit que le robot est **intrinsèquement redondant**. Pour un robot industriel à 6 DDL "standard" : $m = n = 6$

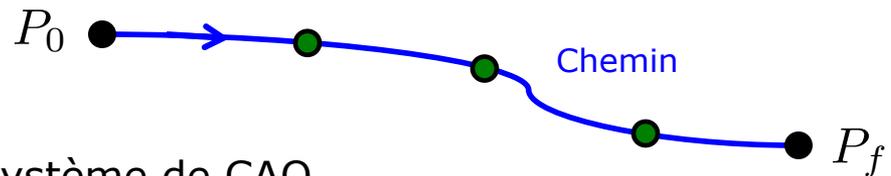
Génération de mouvement

La tâche de déplacement d'un robot est spécifiée en définissant un **chemin** que le robot doit suivre

Un chemin est une **séquence de points** définis, soit dans l'*espace opérationnel* (afin de situer l'effecteur), soit dans l'*espace articulaire* du robot (afin d'indiquer les valeurs des paramètres des articulations)

Ces points peuvent être :

- Programmés par apprentissage
- Issus d'une base de données d'un système de CAO



Problème de génération de mouvement :

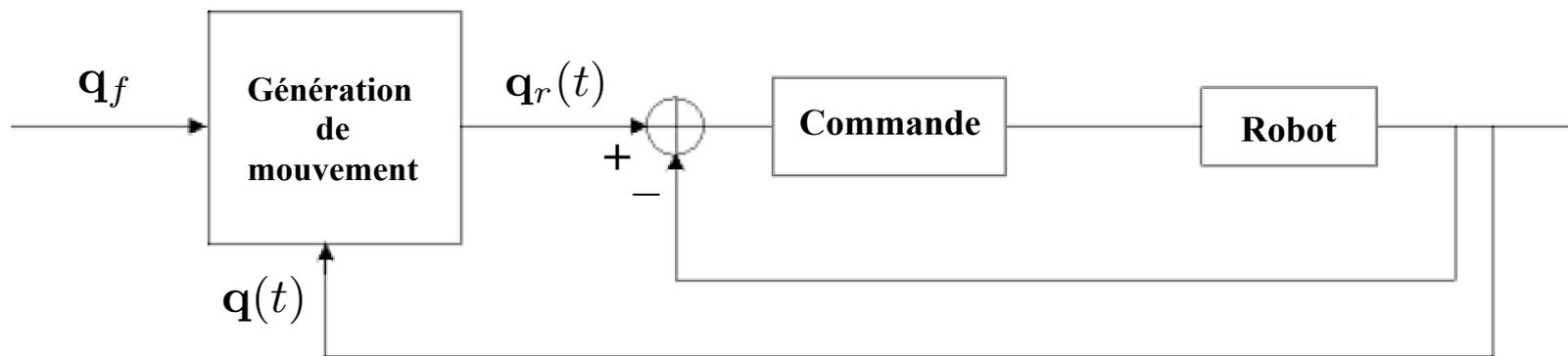
Calculer les séquences souhaitées de variables articulaires ou de variables liées à l'effecteur, qui assurent le passage du robot par le chemin désiré

Les trajectoires d'un robot peuvent être classifiées comme suit :

- 1) Les mouvements entre 2 points avec des *mouvements libres* entre les points
- 2) Les mouvements entre 2 points via une *séquence de points intermédiaires*
- 3) Les mouvements entre 2 points, la trajectoire étant *contrainte* entre les points (par ex. une trajectoire rectiligne)
- 4) Les mouvements entre 2 points via des points intermédiaires, la trajectoire étant contrainte entre les points intermédiaires

Génération de mouvement

- Dans les **cas 1** et **2**, la génération de mouvement peut se faire directement dans l'*espace articulaire* : elle se traduit par une séquence de positions articulaires constituant les consignes des asservissements
- Dans les **cas 3** et **4**, la trajectoire étant fixée à tout instant dans l'*espace opérationnel*, il est préférable de raisonner dans cet espace
 - La loi de commande engendrée doit ensuite être transformée en consignes articulaires par un **changeur de coordonnées**



Génération de mouvement dans l'espace articulaire

Génération de mouvement

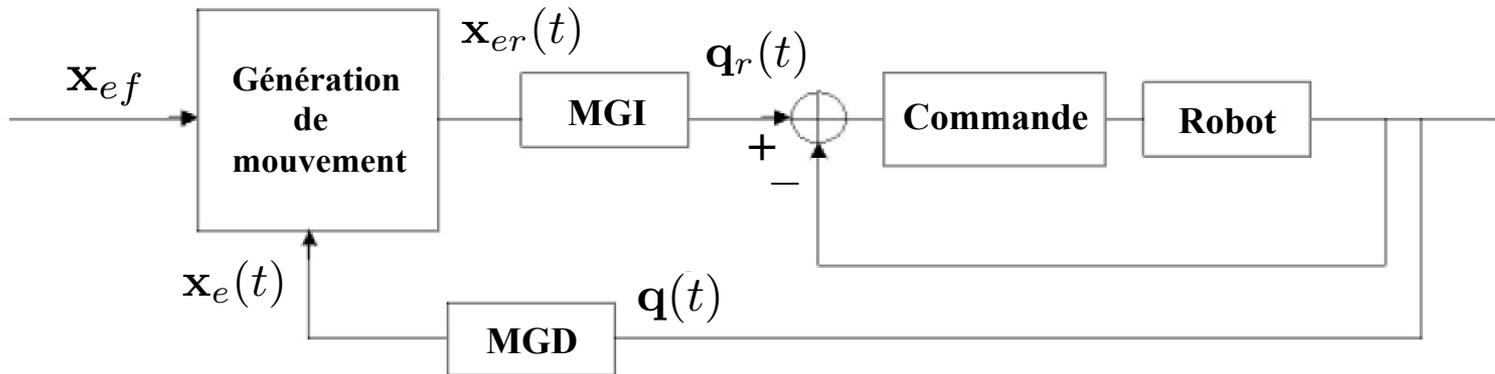
La génération de mouvement dans l'**espace articulaire** présente plusieurs **avantages** :

- Le mouvement est *minimal* sur chaque articulation
- Elle nécessite moins de calcul en ligne (au sens où il n'y a pas de *changeur de coordonnées* : pas besoin d'un modèle du robot)
- Le mouvement n'est pas affecté par le passage sur des *configurations singulières*
- Les contraintes de vitesse et de couple maximaux sont connues avec précision puisqu'elles correspondent aux *limites physiques* des actionneurs

En revanche :

- La *géométrie de la trajectoire* dans l'espace articulaire ne peut être imposée. Entre deux points donnés, l'effecteur se déplace de façon *imprévisible* mais *répétitive* (ce qui peut occasionner des *collisions* lorsque le robot évolue dans un environnement encombré)
 - Ce type de mouvement est par conséquent approprié pour réaliser des **déplacements rapides dans un espace dégagé**

Génération de mouvement



Génération de mouvement dans l'*espace opérationnel*

La génération de mouvement dans l'**espace opérationnel** permet de contrôler la *géométrie de la trajectoire* (par ex. un mouvement rectiligne ou circulaire)

Par contre :

- Elle implique la transformation en coordonnées articulaires de chaque point de la trajectoire
- Elle peut être mise en échec lorsque la trajectoire calculée passe par une *position singulière*
- Elle peut être mise en échec chaque fois que les points de la trajectoire engendrée ne sont pas dans le *volume de travail* du robot ou chaque fois que la trajectoire impose une *reconfiguration du mécanisme* (changement d'aspect en cours de trajectoire)