TD 1 : Matrices de rotation et matrices homogènes

Exercice 1 (Matrices de rotation):

1. Le vecteur $\overrightarrow{OP}$ de coordonnées $[0, 1, 0]^T$ subit successivement une rotation de 90° autour de l'axe x et de 90° autour de l'axe y. Donnez la matrice de rotation globale. Vérifiez graphiquement.

2. Trouvez les composants du vecteur $\overrightarrow{OP} = [1, 1, 0]^T$ après une translation de $[0, 0, 1]^T$ suivie d'une rotation de 60° autour de l'axe z.

Attention : On considère ici des rotations par rapport à un *repère fixe* (le repère initial).

Exercice 2 (Matrices homogènes):

1. Déterminer la matrice de transformation $\mathbf{A}$ correspondant à une rotation autour de l'axe x d'un angle $\theta = 30°$, puis une translation le long de l'axe y d'une longueur $d = 3$ m.

2. Déterminer la matrice de transformation $\mathbf{A}'$ correspondant à une translation le long de l'axe y d'une longueur $d = 3$ m suivie d'une rotation autour de l'axe x de $\theta = 30°$.

3. Vérifier graphiquement que le produit matriciel n'est pas commutatif.

Exercice 3 (Matrices homogènes):

On fait une rotation de $\pi/2$ autour de l'axe y, suivie d'une translation de $d = 2$ m suivant l'axe x et d'une rotation de $-\pi/2$ autour de l'axe z.

1. Quelles sont les coordonnées du point dans le repère initial (de référence) sachant que ses coordonnées (homogènes) dans le repère final sont $[0, 3, 0, 1]^T$? Vérifier le résultat graphiquement.

2. Connaissant les coordonnées (homogènes) d'un point $[1, 2, 0, 1]^T$ dans le repère de référence, quelles sont ses coordonnées dans le repère final ? Trouver le résultat par deux méthodes différentes. Vérifier le résultat graphiquement.

Exercice 4 (Modèle géométrique d'un robot planaire):

Soit le robot planaire à 2 DDL (RR) de la Figure 1 auquel un référentiel est associé à chaque segment. En utilisant les matrices de transformation homogènes, déterminer la position et l'orientation de l'organe effecteur (point P) par rapport au référentiel de la base fixe (c'est-à-dire, par rapport au repère O_0-$x_0y_0z_0$).

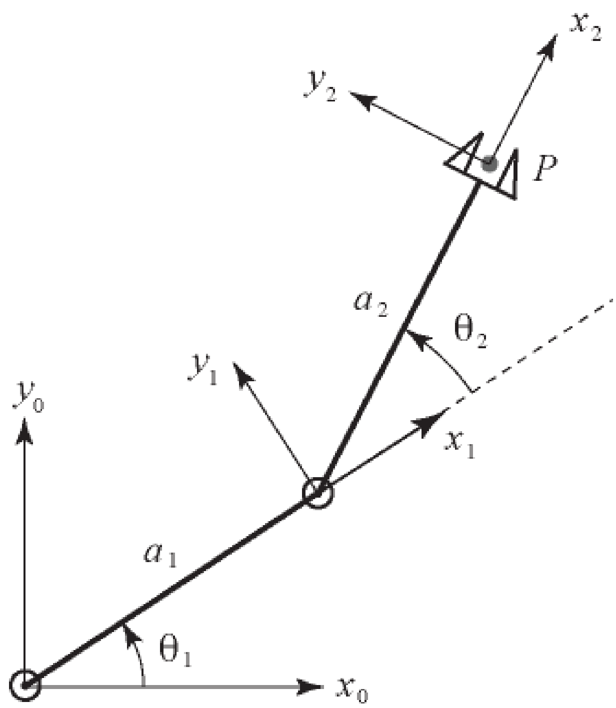

Figure 1 : Robot planaire à 2 DDL.

<u>Exercice 5</u> (Robot mobile):

Le robot mobile Pioneer 3-AT montré dans la Figure 2 possède deux capteurs embarqués : une caméra, avec repère O_C-$x_C y_C z_C$, et un laser, avec repère O_L-$x_L y_L z_L$. Les repères O_W-$x_W y_W z_W$ et O_R-$x_R y_R z_R$ désignent respectivement le repère monde et le repère attaché au robot. Pour plus de simplicité, on fera l'hypothèse que l'origine O_R du repère robot coïncide avec le centre de gravité du robot. En sachant que les coordonnées du point *P* dans le repère caméra sont $\mathbf{p}^C \in \mathbb{R}^3$, déterminer $\mathbf{p}^L$, $\mathbf{p}^R$ et $\mathbf{p}^W$.

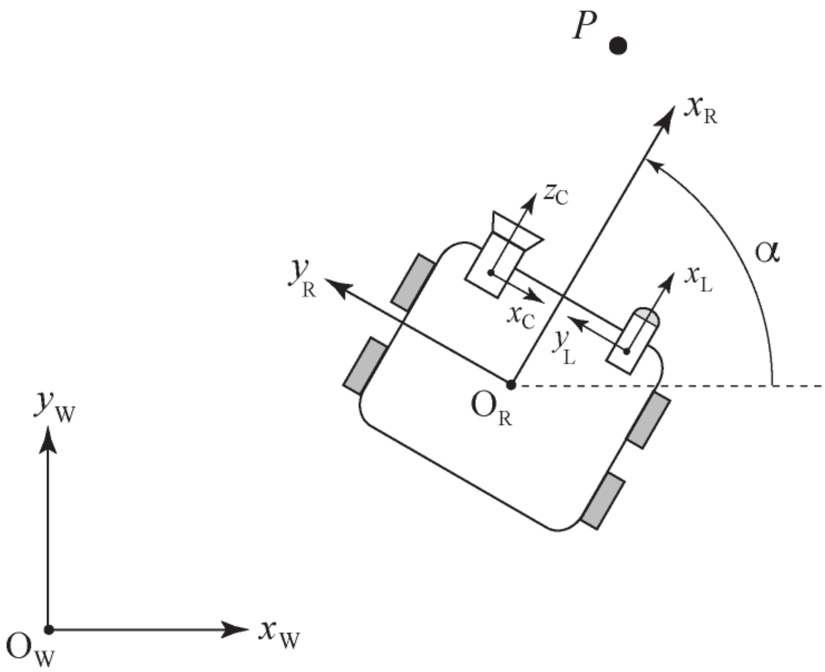

Figure 2 : Robot mobile avec caméra (« C ») et laser (« L ») embarqués.