# TD 1 : Matrices de rotation et matrices homogènes

**<u>Exercice 1</u>** (Matrices de rotation) :

1. Le vecteur $\overrightarrow{OP}$ de coordonnées $[0, 1, 0]^T$ subit successivement une rotation de 90° autour de l'axe $x$ et de 90° autour de l'axe $y$. Donnez la matrice de rotation globale. Vérifiez graphiquement.

2. Trouvez les composants du vecteur $\overrightarrow{OP} = [1, 1, 0]^T$ après une translation de $[0, 0, 1]^T$ suivie d'une rotation de 60° autour de l'axe $z$.

   <u>Attention</u> : On considère ici des rotations par rapport à un *repère fixe* (le repère initial).

**<u>Exercice 2</u>** (Matrices homogènes) :

1. Déterminer la matrice de transformation **A** correspondant à une rotation autour de l'axe $x$ d'un angle $\theta = 30°$, puis une translation le long de l'axe $y$ d'une longueur $d = 3$ m.

2. Déterminer la matrice de transformation $\mathbf{A}'$ correspondant à une translation le long de l'axe $y$ d'une longueur $d = 3$ m suivie d'une rotation autour de l'axe $x$ de $\theta = 30°$.

3. Vérifier graphiquement que le produit matriciel n'est pas commutatif.

**<u>Exercice 3</u>** (Matrices homogènes) :

On fait une rotation de $\pi/2$ autour de l'axe $y$, suivie d'une translation de $d = 2$ m suivant l'axe $x$ et d'une rotation de $-\pi/2$ autour de l'axe $z$.

1. Quelles sont les coordonnées du point dans le repère initial (de référence) sachant que ses coordonnées (homogènes) dans le repère final sont $[0, 3, 0, 1]^T$ ? Vérifier le résultat graphiquement.

2. Connaissant les coordonnées (homogènes) d'un point $[1, 2, 0, 1]^T$ dans le repère de référence, quelles sont ses coordonnées dans le repère final ? Trouver le résultat par deux méthodes différentes. Vérifier le résultat graphiquement.

**<u>Exercice 4</u>** (Modèle géométrique d'un robot planaire) :

Soit le robot planaire à 2 DDL (RR) de la Figure 1 auquel un référentiel est associé à chaque segment. En utilisant les matrices de transformation homogènes, déterminer la position et l'orientation de l'organe effecteur (point $P$) par rapport au référentiel de la base fixe (c'est-à-dire, par rapport au repère $O_0$-$x_0y_0z_0$).

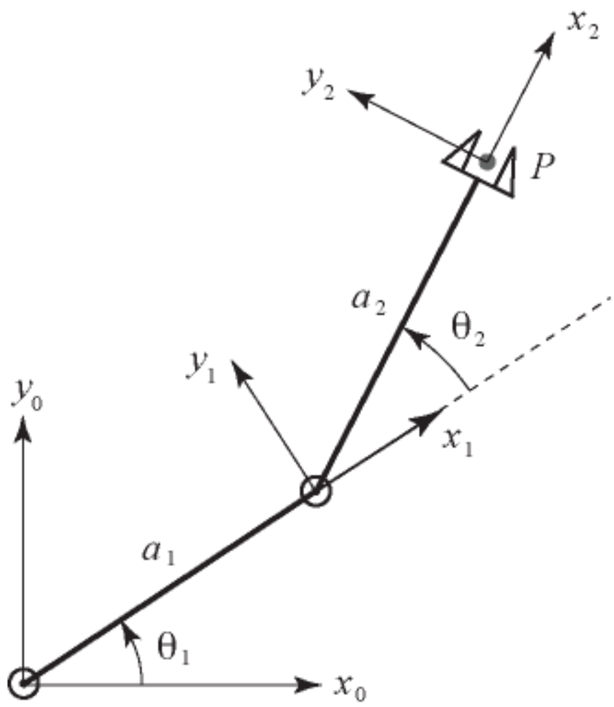


Figure 1 : Robot planaire à 2 DDL.

**<u>Exercice 5</u>** (Robot mobile) :

Le robot mobile Pioneer 3-AT montré dans la Figure 2 possède deux capteurs embarqués : une caméra, avec repère $O_C$-$x_C y_C z_C$, et un laser, avec repère $O_L$-$x_L y_L z_L$. Les repères $O_W$-$x_W y_W z_W$ et $O_R$-$x_R y_R z_R$ désignent respectivement le repère monde et le repère attaché au robot. Pour plus de simplicité, on fera l'hypothèse que l'origine $O_R$ du repère robot coïncide avec le centre de gravité du robot. En sachant que les coordonnées du point $P$ dans le repère caméra sont $\mathbf{p}^C \in \mathbb{R}^3$, déterminer $\mathbf{p}^L$, $\mathbf{p}^R$ et $\mathbf{p}^W$.

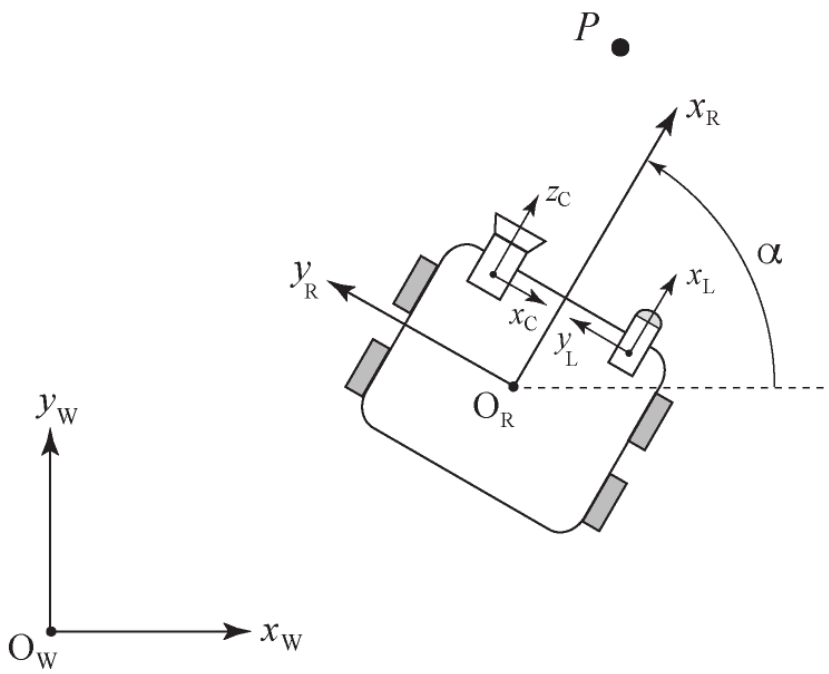


Figure 2 : Robot mobile avec caméra (« C ») et laser (« L ») embarqués.

**<u>Exercice 6</u>** (Grue à tour) :

La Figure 3 montre une grue à tour (ou de chantier) en train de soulever une charge de masse $m$. Le bras horizontal de la grue peut tourner autour de l'axe vertical d'un angle θ et la charge peut être déplacée à un distance $L$ et à une hauteur $h$ par rapport à la base.

1. Déterminer le volume de travail de la grue.
2. Déterminer le vecteur des variables articulaires.
3. Calculer le modèle géométrique direct de la grue.
4. Quel est l'effet de la masse $m$ de la charge, sur la précision de positionnement de la grue ?

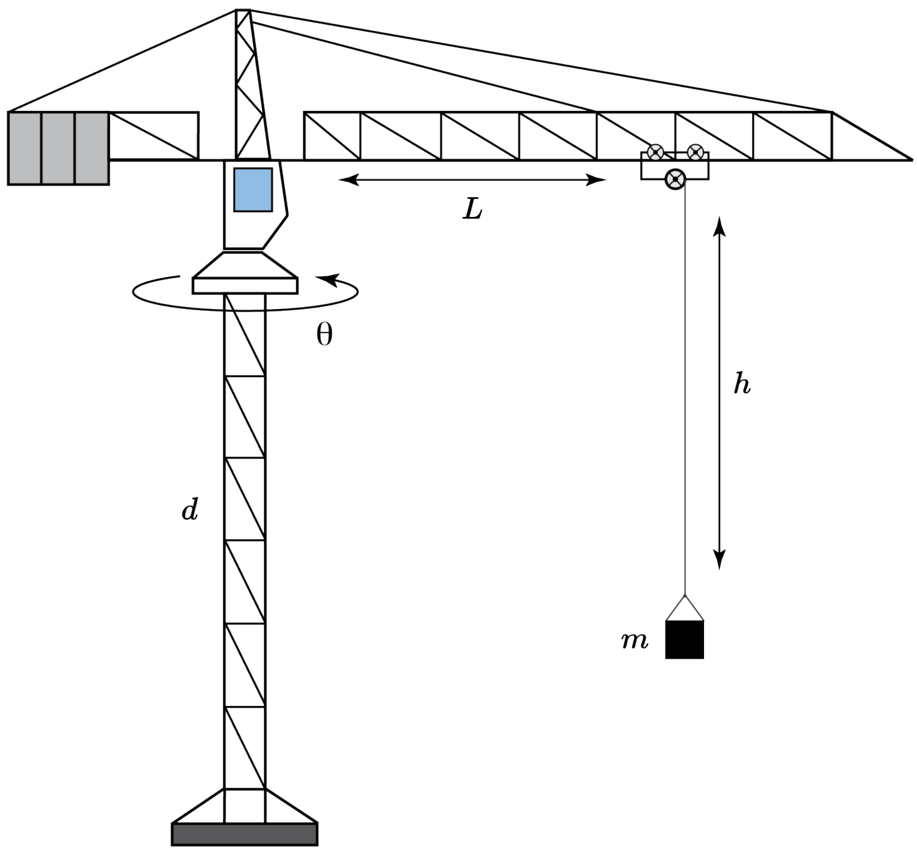


Figure 3 : Grue à tour.