TD 3 : Estimation distribuée

Exercice I : Graphes et matrices

Calculer la matrice des degrés, la matrice d'adjacence, la matrice d'incidence et la matrice laplacienne des graphes suivants :

1. $\mathcal{G} = P_4$
2. $\mathcal{G} = C_5$
3. $\mathcal{G} = W_5$
4. $\mathcal{G} = K_5$
5. Un graphe régulier de votre choix
6. Le graphe de Petersen

Exercice II : Matrice laplacienne

La matrice laplacienne du graphe $\mathcal{G}$ est,

$$\begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 3 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 3 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

1. Dessiner $\mathcal{G}$ et déterminer sa matrice d'adjacence.
2. Combien de cycles y a-t-il dans $\mathcal{G}$?
3. Deux nouvelles arêtes $\{v_2, v_4\}$ et $\{v_3, v_5\}$ sont ajoutées au graphe $\mathcal{G}$. Calculer la nouvelle matrice laplacienne et comparer son spectre avec celui de la matrice laplacienne d'origine (pour calculer numériquement les valeurs propres, utiliser la commande `eig(.)` de Matlab). Qu'en conclure ?

Exercice III : Dynamic average consensus estimators

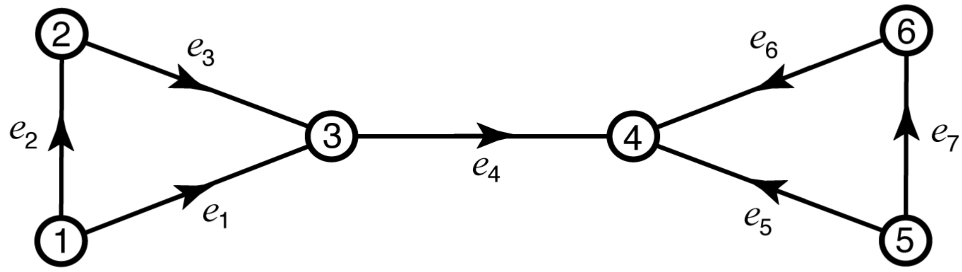
1. Mettre en œuvre sur Matlab/Simulink les estimateurs passe-haut et PI vus en cours. Considérer le cas général d'un graphe de communication $\mathcal{G}$ avec n agents.

2. Tester les deux estimateurs avec les graphes $\mathcal{G} = C_{10}$ et $\mathcal{G} = S_{10}$. Choisir $\gamma = 2$, $K_P = 2$, $K_I = 1$ et considérer séparément les entrées suivantes: *a*) constantes, *b*) rampes linéaires avec une pente croissante, et *c*) sinusoïdes de fréquence unitaire avec une amplitude croissante.

3. Étudier l'effet du *forgetting factor* γ et des gains K_P et K_I sur les performances des deux estimateurs.

<u>Exercice IV</u> : Méthode des moindres carrés distribuée

1. Mettre en œuvre sur Matlab la méthode des moindres carrés distribuée en considérant un graphe de communication $\mathcal{G}$ avec n capteurs et une *variable scalaire* θ à estimer. Pour plus de simplicité, la matrice d'observation des capteurs sera $H_i = 1$ pour tout i. Tester la méthode avec le graphe $\mathcal{G}$ suivant (l'orientation des arêtes e_j a été choisie de façon arbitraire), et déterminer la matrice diagonale de pondération **W** avec la règle de l'inverse du degré maximum des sommets associés à chaque arête du graphe $\mathcal{G}$.



2. Répéter le point précédent, en considérant cette fois-ci une variable vectorielle $\boldsymbol{\theta} \in \mathbb{R}^q$ avec $q > 1$ et des matrices d'observation $\mathbf{H}_i$ arbitraires (pourvu que $\mathbf{H} = [\mathbf{H}_1^T, \mathbf{H}_2^T, \ldots, \mathbf{H}_n^T]^T$ soit de plein rang ligne).
3. Quel est l'effet de l'incrément Δ sur la performance de la méthode des moindres carrés distribuée ?

<u>Exercice V</u> : Filtre d'information

1. Écrire les équations du filtre de Kalman dans la forme d'information, pour les systèmes dynamiques de l'Exercice II et de l'Exercice III du TD2.
2. Mettre en œuvre le filtre d'information sur Matlab et afficher l'évolution temporelle du vecteur d'information et des éléments sur la diagonale principale de la matrice d'information.
3. Comparer les résultats obtenus avec le filtre de Kalman et le filtre d'information.