TD 2 : Théorie des Graphes [Matlab]

<u>Exercice I</u> : Étude des propriétés d'un graphe

1. Écrire une fonction Matlab qui prend en entrée un graphe non orienté arbitraire (à vous de choisir la représentation la plus adaptée) et qui fournit en sortie la valeur de Fiedler et le vecteur de Fiedler de sa matrice laplacienne.
2. Écrire une fonction Matlab qui prend en entrée un graphe orienté ou non orienté arbitraire et qui fournit en sortie la matrice d'incidence du graphe.
3. Écrire une fonction Matlab qui prend en entrée un graphe non orienté arbitraire et qui fournit en sortie a) une variable booléenne qui vaut 1 si le graphe est connexe, 0 sinon, et b) un vecteur qui contient les degrés des sommets du graphe.
4. Écrire une fonction Matlab qui prend en entrée un graphe non orienté arbitraire et qui fournit en sortie le nombre de chemins de longueur k allant du sommet i au sommet j où k, i et j sont trois entiers positifs fournis par l'utilisateur (il est à noter que si $\mathbf{A}$ est la matrice d'adjacence d'un graphe fini, le nombre de chemins de longueur k allant de i à j est l'élément en position (i, j) de la matrice $\mathbf{A}^k$).
5. Créer un script Matlab qui permet d'étudier comment la valeur propre la plus forte λ_n de la matrice laplacienne du graphe $\mathcal{G} = C_n$ varie, pour n qui tend vers l'infini.

<u>Exercice II</u> : Graphes aléatoires

Les graphes aléatoires peuvent être utilisés pour la modélisation de systèmes en réseaux où le nombre de sommets (les agents) et/ou d'arêtes (les canaux de communication) n'est pas fixe mais suit un processus aléatoire.

Il existe plusieurs modèles de graphes aléatoires dans la littérature. Un des modèles les plus simples et étudiés est le *graphe aléatoire binomial*, noté $\mathcal{G}(n, p)$, où n indique le nombre de sommets (voir la Fig. 1). Dans un graphe aléatoire binomial $\mathcal{G}(n, p)$, chacune des $n(n-1)/2$ arêtes est présente avec probabilité p et absente avec probabilité $1 - p$, cela indépendamment du statut des autres arêtes. Le cas $p = 1/2$ a été étudié par le célèbre mathématicien Paul Erdős dès 1947. Le nombre N_p d'arêtes de $\mathcal{G}(n, p)$ suit la loi binomiale de paramètres $n(n-1)/2$ et p.

Écrire une fonction Matlab qui prend en entrée les paramètres n et p d'un graphe aléatoire binomial et qui utilise les outils graphiques de Matlab pour en dessiner une réalisation.

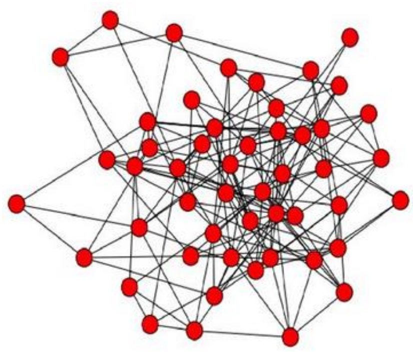

Figure 1 : Exemple de graphe aléatoire binomial $\mathcal{G}(n, p)$ avec $n = 50$ et $p = 0.15$.