

Découverte de la Recherche (2014-2015)

Chapitre 3
« P versus NP » :
Déterminisme versus nondéterminisme

Yu LI, yu.li@u-picardie.fr

Laboratoire MIS, Université de Picardie Jules
Verne, France

Imprévisibilité, Indécidabilité et Nondeterminisme

- La « imprévisibilité » du système complexe peut être définie précisément par la « indécidabilité » et encore « nondeterminisme » du problème correspondant.

Problèmes décidables et Problèmes indécidables

- Un problème est dit décidable s'il existe un algorithme, une procédure mécanique qui termine en un nombre fini d'étapes, et réponde par oui ou par non à la question posée par le problème. S'il n'existe pas de tels algorithmes, le problème est dit indécidable.

P et NP

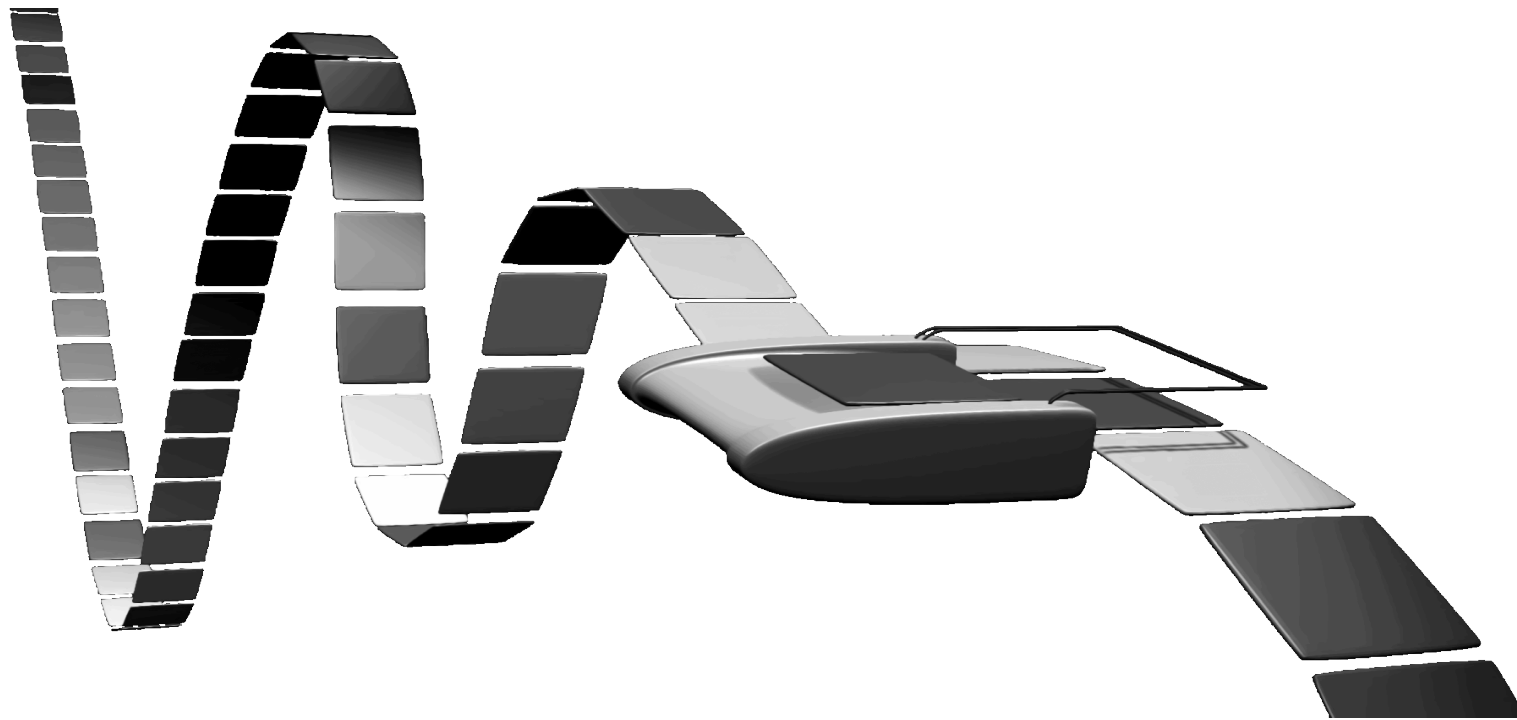
- P et NP désignent deux classes de problèmes à calculer.
- P (Polynomial) :
 - Facile à résoudre.
 - Il existe des algorithmes polynomiaux.
- NP (Nondeterministic Polynomial) :
 - Difficile à résoudre.
 - Il existe des algorithmes exponentielles.

Machine de Turing

Machine de Turing

= ruban + tête + registre d'état + table de transitions

- http://en.wikipedia.org/wiki/Turing_machine



Machine de Turing

- Machine de Turing déterministe (DTM)
 - Au plus une transition possible pour un état donné dans le registre et le caractère lu sur le ruban
- Machine de Turing non déterministe (NDTM)
 - Plusieurs transitions possibles pour un état donné dans le registre et le caractère lu sur le ruban

P et NP

- En termes de la Machine de Turing,
 - P est la classe de problèmes solvables par DTM en temps polynomial.
 - NP est la classe de problèmes solvables par NDTM en temps polynomial.

« P versus NP »

- Le problème « P versus NP » consiste à demander :
 - S'il existe un algorithme polynomial pour résoudre un problème NP?
 - $NP = P$?

« P versus NP »

- Ce problème est considéré par de nombreux chercheurs comme un des plus importants problèmes en informatique théorique et même en mathématiques :
 - http://fr.wikipedia.org/wiki/Probl%C3%A8me_P_%3D_NP
- Ce problème est inclus dans la liste des 7 problèmes du prix du millénaire établie par l'Institut de mathématiques Clay :
 - http://fr.wikipedia.org/wiki/Probl%C3%A8mes_du_prix_du_mill%C3%A9naire
- Ce problème est également le troisième problème de Smale :
 - http://fr.wikipedia.org/wiki/Probl%C3%A8mes_de_Smale).

« P versus NP »

- En 2002 et 2012, William Gasarch a conduit deux sondages sur l'avenir de ce problème :
 - <http://www.cs.umd.edu/gasarch/papers/poll.pdf>:

	<i>P ≠ NP</i>	<i>P = NP</i>	<i>Ind</i>	<i>DC</i>	<i>DK</i>	<i>DK and DC</i>	<i>Other</i>
2002	61(61%)	9(9%)	4(4%)	1(1%)	22(22%)	0(0%)	3(3%)
2012	126(83%)	12(9%)	5(3%)	5(3%)	1(0.6%)	1(0.6%)	1(0.6%)

« P versus NP »

- « I hope that people in the distant future will look at these four articles to help get a sense of people's thoughts back in the dark ages when P versus NP had not yet been resolved. » - Hemaspaandra

Discussion sur « P versus NP »

- Etymologie de « problème »
 - En Grec
 - proballo = pro (en avant) + ballo (lancer)
 - « Problème » : ce qui est lancé en avant comme obstacle
 - En Chinois
 - 问 = 门(porte)+口(bouche) : demander
 - 题 = 是(affirmation) + 页(tête) : sujet important
 - 问题 (problème) : des questions sur l'essence de choses

Deux définitions de « NP »

- Pourtant, il existe deux définitions pour « NP » :
 - *Définition basée sur la « solvabilité »* : NP est la classe de problèmes solvables par NDTM en temps polynomial (NP)
 - *Définition basée sur la « vérifiabilité »* : NP est la classe de problèmes vérifiables par DNTM en temps polynomial (Pverifiable)

Deux définitions de « NP »

- La communauté académique considère que les deux définitions sont équivalentes :
 - “The two definitions of NP as the class of problems solvable by a nondeterministic Turing machine in polynomial time and the class of problems verifiable by a deterministic Turing machine in polynomial time are equivalent. The proof is described by many textbooks, for example Sipser’s Introduction to the Theory of Computation, section 7.3” - [http://en.wikipedia.org/wiki/NP_\(complexity\)](http://en.wikipedia.org/wiki/NP_(complexity))
- C’est-à-dire, « NP = Pverifiable »

« P versus NP »

- Par conséquence,
 - NP: la classe de problèmes vérifiables par TM en temps polynomial
 - $P \subseteq NP$: relation d'inclusion
- « P versus NP » consiste à demander si « $NP = P?$ »:
 - Si un problème vérifiable par un DTM en temps polynomial est solvable par un NDTM en temps polynomial?

« P versus NP »

- A notre avis, une cause majeure est qu'il existe des ambiguïtés dans la compréhension de NP, car la notion « nondéterminisme » a disparu de NP, du fait que la définition basée sur la « vérifiabilité » a été acceptée comme la définition standard de NP
- Donc, si nous espérons d'obtenir un aperçu sur «P versus NP», nous devons remettre en cause l'équivalence de ces deux définitions : NP = Pverifiable?

« Cheval blanc n'est pas cheval »

- 白马非马

- Un fameux paradoxe «cheval blanc n'est pas cheval» proposé par un grand logicien chinois Gongsun long (325-250 BC), reflète ce biais cognitif typique

« Cheval blanc n'est pas cheval »

- 白马非马

- Le paradoxe provient d'une histoire :
 - Un jour, Gongsun Long sur un cheval blanc va à une ville. A la porte de la ville, le garde dit à Gongsun Long, «un cheval blanc est cheval», votre cheval blanc n'est pas autorisé à entrer dans la ville conformément à la réglementation
 - Gongsun Long commence son argumentation «cheval blanc n'est pas cheval ». A la fin, il a persuadé le garde, et il est entré en ville avec son cheval blanc

« Cheval blanc n'est pas cheval »

- 白马非马

- L'argument de Gongsun Long:
 - « Cheval » est que, au moyen duquel l'on nomme par la forme. « Blanc » est que, au moyen duquel l'on nomme par la couleur. La couleur n'est pas la forme. Par conséquent, je dis que cheval blanc n'est pas cheval.

« Cheval blanc n'est pas cheval »

- 白马非马

- Les deux propositions sont correctes respectivement pour le gardien et le logicien. Mais si elles sont mélangées ensemble, ce serait faux
- Gongsun Long a justement utilisé une telle ambiguïté pour confondre le gardien, et fait le gardien oublier sa position et glisser à la position de Gongsun Long, et à la fin le gardien a laissé le cheval blanc de Gongsun Long entrer dans la ville