

Découverte de la Recherche (2015-2016)

## Chapitre 2 « P versus NP »

Yu LI, [yu.li@u-picardie.fr](mailto:yu.li@u-picardie.fr)

Laboratoire MIS, Université de Picardie Jules  
Verne, France

# Plan

- Les classes P et NP
- Complexité des algorithmes
- Un problème millénaire : « P versus NP »

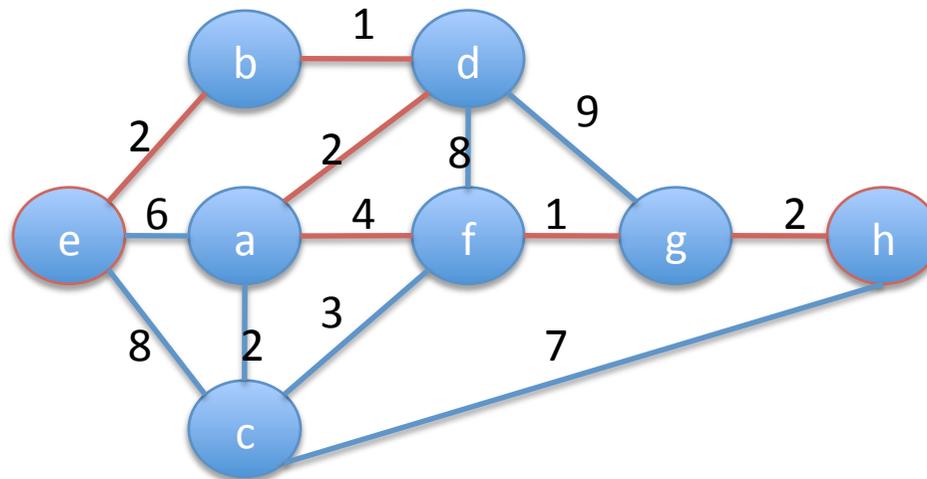
# Les classes P et NP

- En informatique, P et NP désignent deux classes de problèmes à calculer.
- P (Déterministe Problème)
  - Facile à résoudre.
  - Il existe des algorithmes exacts et polynomiaux.
- NP (Nondéterministe Problème)
  - Difficile à résoudre.
  - Il existe des algorithmes exacts et exponentiels, et des algorithmes approchés et polynomiaux.

# Exemple 1: P

## Le plus court chemin

Algorithme Dijkstra : en temps polynomial

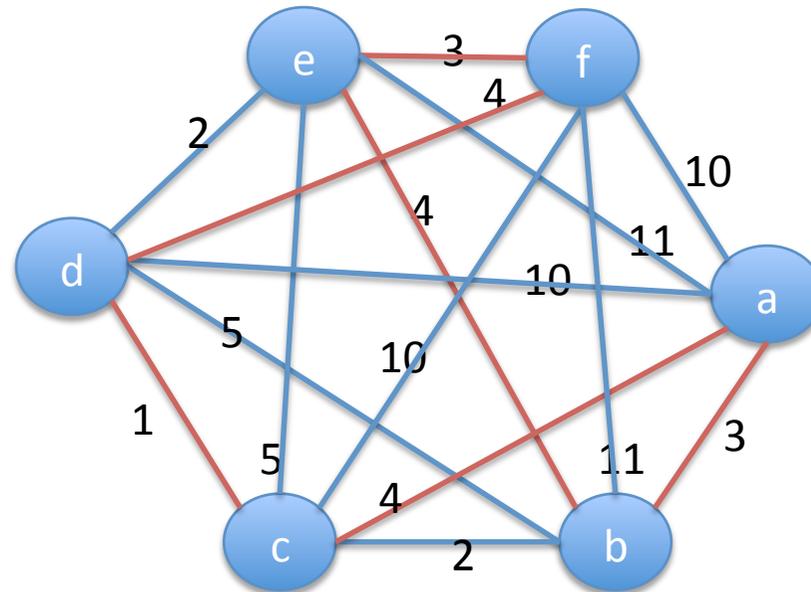


Le plus court chemin entre e et h : ebdafgh (dist=12)

# Exemple 2: NP

## Le plus court cycle Hamiltonien (TSP)

- Il existe
  - des algorithmes exacts en temps exponentiel.
  - des algorithmes approchés en temps polynomial.



Le plus court cycle Hamiltonien : abefdc (dist=19)

# Complexité des algorithmes

- Objectif :
  - Comparer l'efficacité d'un algorithme A avec un autre algorithme A'
- La complexité d'un algorithme :
  - Le nombre  $T(n)$  d'opérations élémentaires en fonction de la taille des données  $n$ .

# Complexité des algorithmes

- La complexité pratique
  - Une mesure précise des complexités temporelles et spatiales pour un modèle de machine donné.
- La complexité théorique :  $O(T(n))$ 
  - Un ordre de grandeur de  $T(n)$  exprimé avec un modèle de machine générale (machine de Turing)

# Temps polynomial et exponentiel

Taille du pb/ Complexity	10	20	30	40	50	60
$O(n)$	.00001	.00002	.00003	.00004	.00005	.00006
$O(n^2)$	.0001	.0004	.0009	.0016	.0025	.0036
$O(n^3)$	.001	.008	.027	.064	.125	.216
$O(n^5)$	.1 min	3.2 min	24.3 min	1.7 h	5.2 h	13.0 h
$O(2^n)$	.001	1.0	17.9 min	12.7 days	37.7 years	366 cen.

# « P versus NP »

- Le problème « P versus NP » consiste à demander :
  - S'il existe un algorithme en temps polynomial pour résoudre un problème NP?
  - $NP = P$ ?

# « P versus NP »

- Ce problème est considéré par de nombreux chercheurs comme un des plus importants problèmes en informatique théorique et même en mathématiques.
- Ce problème est inclus dans la liste des 7 problèmes du prix du millénaire établie par l'Institut de mathématiques Clay :
  - [http://fr.wikipedia.org/wiki/Problèmes\\_du\\_prix\\_du\\_millénaire](http://fr.wikipedia.org/wiki/Problèmes_du_prix_du_millénaire)

# « P versus NP »

- En 2002 et 2012, William Gasarch a conduit deux sondages sur l'avenir de ce problème :
  - <http://www.cs.umd.edu/gasarch/papers/poll.pdf>:

	<i>P ≠ NP</i>	<i>P = NP</i>	<i>Ind</i>	<i>DC</i>	<i>DK</i>	<i>DK and DC</i>	<i>Other</i>
2002	61(61%)	9(9%)	4(4%)	1(1%)	22(22%)	0(0%)	3(3%)
2012	126(83%)	12(9%)	5(3%)	5(3%)	1(0.6%)	1(0.6%)	1(0.6%)

# « P versus NP »

- « I hope that people in the distant future will look at these four articles to help get a sense of people's thoughts back in the dark ages when P versus NP had not yet been resolved. » - Hemaspaandra
  - « J'espère que les gens dans l'avenir lointain se pencheront sur ces quatre articles pour aider à comprendre les pensées des gens dans la période sombre lorsque P versus NP ne avait pas été résolu. »