

Eléments de logique formelle et
du raisonnement mathématique

Introduction

2018-2019

Introduction

- Qu'est-ce que la logique?
- Histoire de la Logique

Qu'est-ce que la logique?

**Un test : si les raisonnements suivants sont corrects?
Pourquoi?**

- (1) On peut prendre un fromage ou un dessert, je prends un fromage, donc je peux encore prendre un dessert.
- (2) Plus il y a de gruyère plus il y a de trous, plus il y a de trous moins il y a de gruyère, donc plus il y a de gruyère moins il y a de gruyère.
- (3) Toby est immortel, Toby est un homme, donc il existe des hommes immortels.
- (4) Toby est mortel, les hommes sont mortels, donc Toby est un homme.

Qu'est-ce que la logique?

La logique concerne le raisonnement.

Le raisonnement est la faculté naturelle qui permet aux humains de tirer des conclusions à partir de faits qu'ils observent ou d'hypothèses qu'ils formulent.

Le raisonnement s'exprime par le langage naturel, mais le langage naturel mélange la forme et le contenu et possède de l'ambiguïté, par conséquent le raisonnement exprimé par le langage naturel peut être erroné et il est même difficile à analyser.

Qu'est-ce que la logique?

La *logique* ainsi aura pour but de mener à un raisonnement correct (valide).

La logique est la science d'étudier la forme correcte du raisonnement.

Histoire de la logique

Etymologie

En grec, *logique* est dérivée de *logos*.

Logos désigne le *discours*, la *parole* et la *raison* par extension.

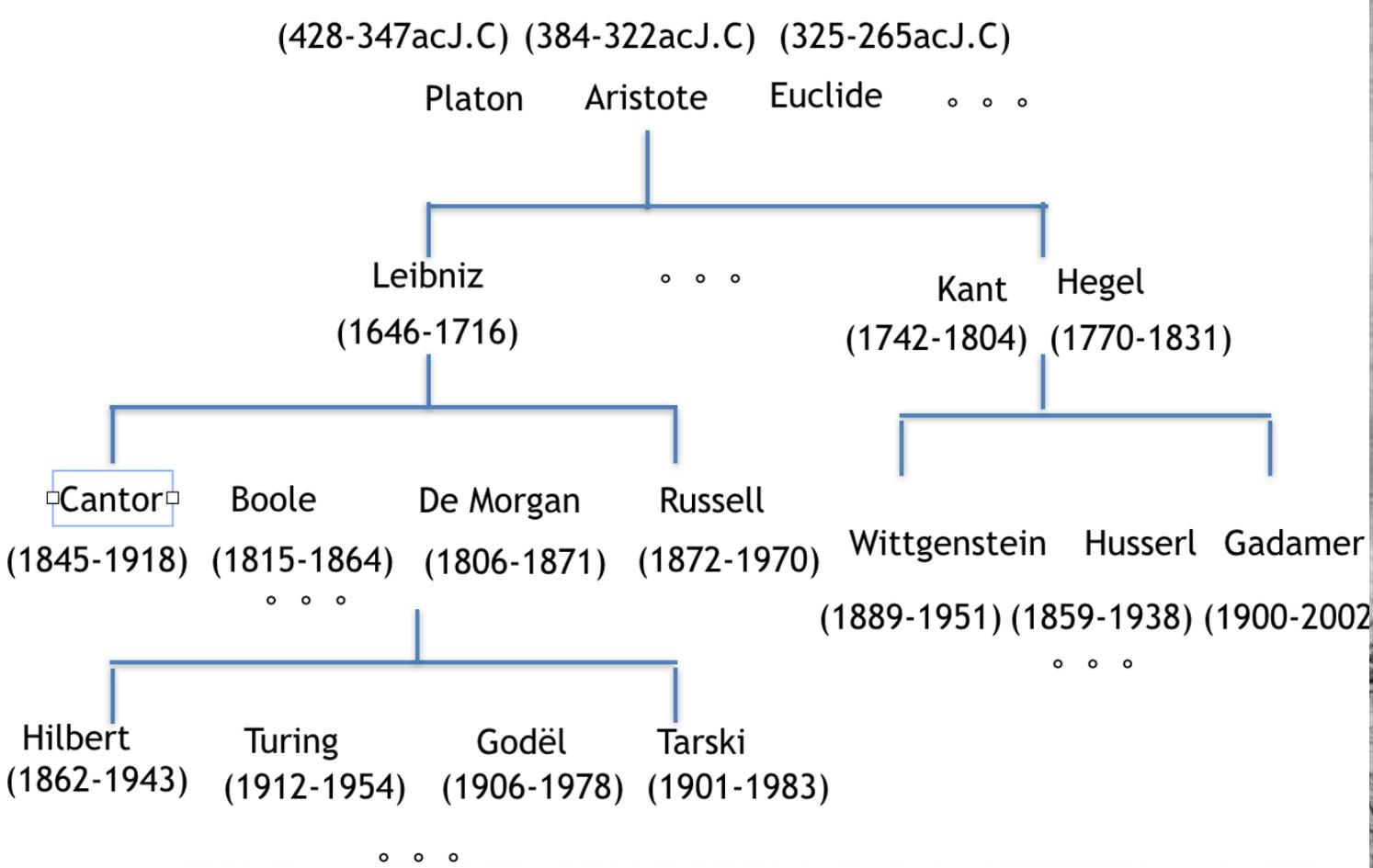
Logos a donné les suffixes *-logie*, *-logue*, qui désignent des disciplines du savoir (sciences) et la personne étudiant cette discipline.

Exemple : biologie, psychologie/psychologue, sociologie/sociologue, etc.

Histoire de la logique



L'École d'Athènes est une fresque du peintre italien Raphaël (1483 - 1520) qui présente les figures majeures de la pensée antique.



Histoire de la logique

Aristote (384 - 322 av. J.-C.)

Il élève la discussion empirique de la physique, des mathématiques et de la philosophie naturelle à une théorie qui peut être exprimée et justifiée par des méthodes purement académiques. Son grand travail se manifeste dans cette originalité - Aristote transforme le processus de pensée abstraite en science spécialisée - la logique.

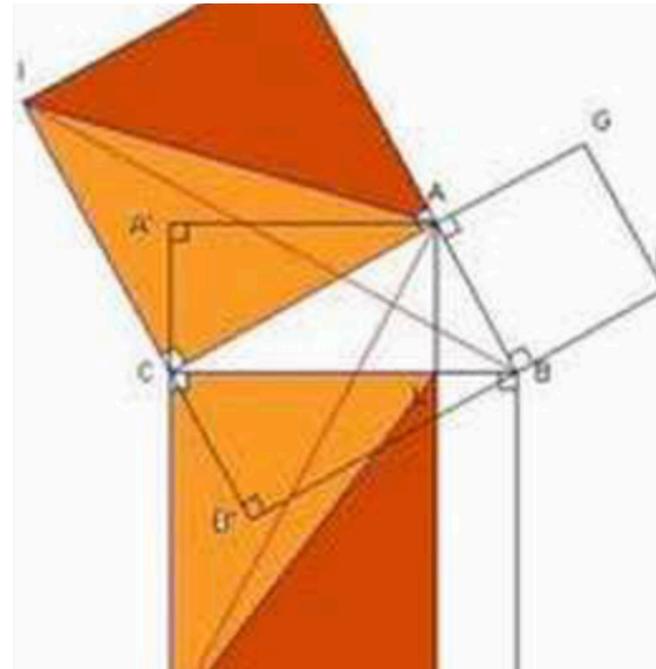


Histoire de la logique

Euclide (325 - 265 av. J.-C.)

Euclide n'écrit pas sur la Logique, mais l'applique rigoureusement dans ses Éléments.

Chez Euclide, on rencontre pour la première fois la notion de preuve d'une proposition (dont l'origine remonte aux pythagoriens).

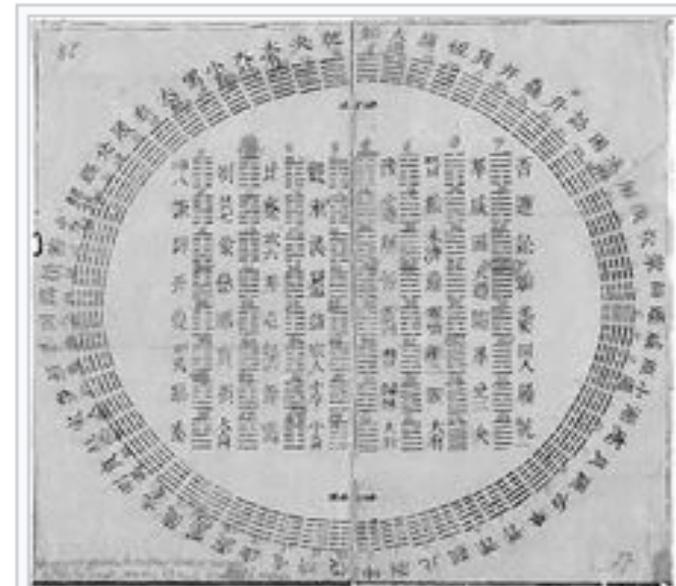


Histoire de la logique

Leibniz (1646 - 1716)

Il « rêve » de déduction automatique.

Il cherche un remplacement au système décimal à partir de la fin du xvii^e siècle. Il découvre l'arithmétique binaire dans un livre **chinois** vieux de 5 000 ans, le *Yi Jing* (« Classique des changements »).



Joachim Bouvet envoya à Leibniz un diagramme représentant les 64 hexagrammes de Fuxi (1701).

Histoire de la logique

Georg Cantor (1845-1918)

Le fondateur de la théorie des ensembles.

En prouvant qu'il y a une infinité de tailles d'ensembles infinis, Cantor a établi les bases de cette théorie.

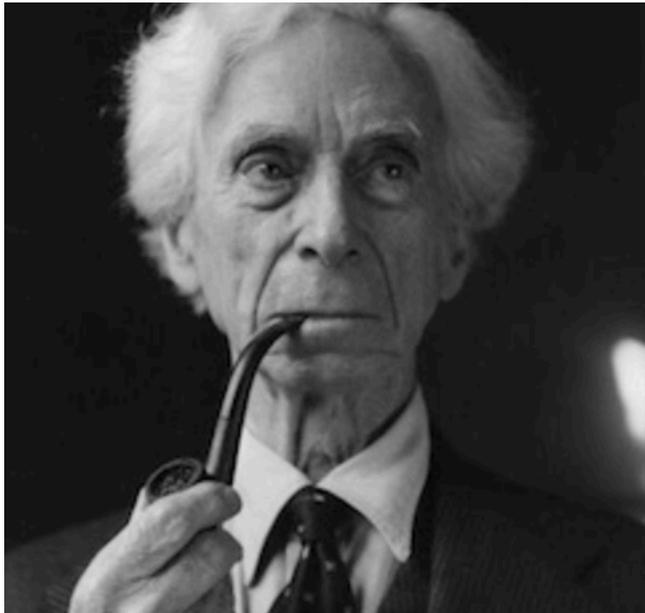


Histoire de la logique

Bertrand Russell (1872-1970)

L'un des fondateurs de la logique contemporaine.

Il a découvert le paradoxe de Russell qui a joué un rôle important dans la formalisation de la théorie des ensemble.



Histoire de la logique

David Hilbert (1862-1943)

L'un des fondateurs de la théorie de la démonstration et de la logique mathématique.

À l'occasion d'un congrès international de mathématiciens tenu en 1900 à Paris, il propose sa fameuse liste des 23 problèmes, considérée comme étant la compilation de problèmes ayant eu le plus d'influence en mathématiques.

Le 10^{ième} question est le problème de décision (Entscheidungsproblem) : Peut on toujours décider de façon mécanique si un énoncé est vrai?



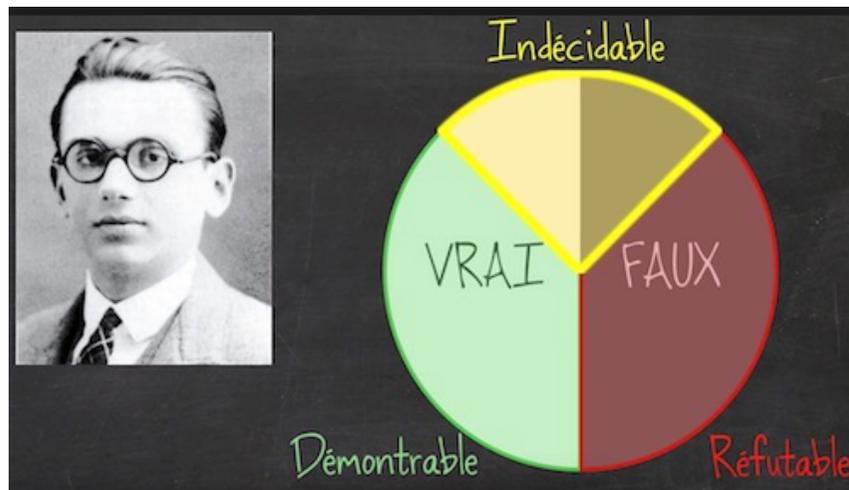
David Hilbert en 1912.

Histoire de la logique

Kurt Gödel (1906-1978)

Les théorèmes d'incomplétude de Gödel ont marqué un tournant dans l'histoire de la logique en apportant une réponse négative à la question de la démonstration de la cohérence des mathématiques posée par le programme de Hilbert.

Le théorème d'incomplétude de Gödel est un nuage sombre qui ne peut pas être écarté du système formel.



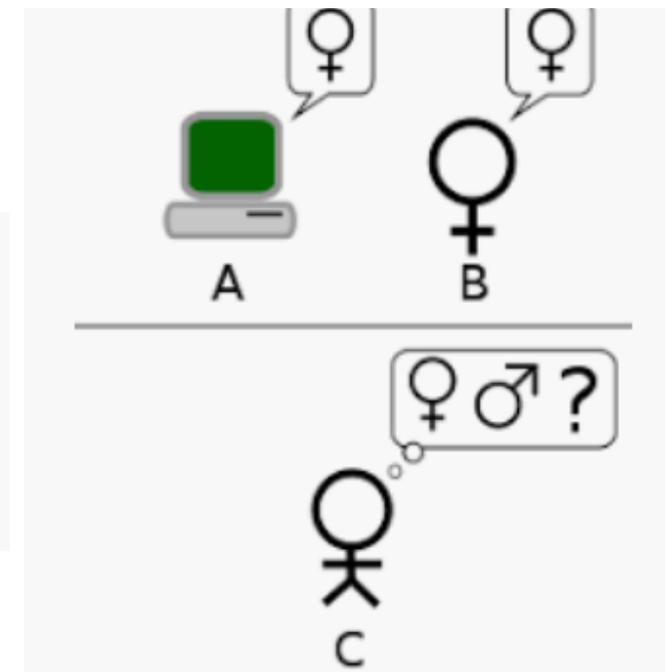
Histoire de la logique

Alan Turing (1912-1954)

L'un des fondateurs de l'informatique théorique.

La théorie de la calculabilité : Machine de Turing

L'intelligence artificielle : Test de Turing



Qu'est-ce que la logique?

La logique classique étudie principalement le raisonnement associé aux langages.

La logique moderne étudie principalement le raisonnement de manière axiomatique.

Le problématique de la logique se situe essentiellement dans la relation entre la forme et le contenu, la syntaxique et la sémantique. Le théorème d'incomplétude de Gödel est la manifestation la plus profonde de cette difficulté.