

TD Série 1 (Cours de Logique 2018-2019)

Exercice 1

1. Soient les propositions élémentaires :

p : Pierre aime Marie.

q : Pierre veut épouser Marie.

(1) Ecrivez la formule de la proposition « Pierre aime Marie et il veut l'épouser. »

(2) Si p est vraie et q est fausse, que peut-on dire de la proposition exprimée en (1).

2. Soient les propositions élémentaires :

p : Marie épousera un homme beau.

q : Marie épousera un homme riche.

(1) Ecrivez la formule de la proposition « Marie épousera un homme beau ou riche. »

(2) Si p est fausse et q est vraie, que peut-on dire de la proposition exprimée en (1).

3. Soient les propositions élémentaires :

p : Il pleut.

q : Je reste à la maison.

(1) Ecrivez la formule de la proposition « Quand il pleut, je reste à la maison. »

(2) Si p est fausse et q est vraie, que peut-on dire de la proposition exprimée en (1).

4. La proposition « Quand les vaches voleront les poules auront des dents » est-elle vraie ou fausse?

5. Les propositions suivantes sont-elles vraies ou fausses:

(1) Si 16 est pair alors 7 est pair.

(2) Si 7 est pair alors 5 est pair.

(3) Si Paris est la capitale de la France alors Rome est la capitale d'Allemagne.

Exercice 2

Soit une formule A définie comme

$$(p \vee (q \rightarrow r)) \wedge \neg p$$

(1) Ecrivez la formule A sous forme d'arbre de décomposition.

(2) Ecrivez la table de vérité de la formule A.

Exercice 3

Soient les propositions suivantes :

p : je pars.

q : tu reste.

r : il y a quelqu'un à la maison.

Interprétez les trois formules suivantes :

(1) $(p \wedge \neg q) \rightarrow \neg r$

(2) $\neg q \rightarrow (p \wedge \neg r)$

(3) $(p \rightarrow q) \rightarrow \neg p$

Exercice 4

Un homme qui semble divaguer déclare à toute la clientèle d'un café :

- (1) Le jour où je bois, je ne suis pas content et je dors.
- (2) Le jour où je ne mange pas, ou bien je ne suis pas content, ou bien je dors ou les deux.
- (3) Le jour où je mange, ou bien je suis content, ou bien je bois ou les deux.
- (4) Aujourd'hui, je suis content.

Questions

1. Introduire des variables propositionnelles pour représenter les propositions élémentaire et donner les formules correspondantes à chacune des propositions précédentes.
2. On considère que toutes les propositions précédentes sont vraies.
 - (1) Par raisonnement élémentaire à partir des propositions, montrer qu'il n'a pas bu.
 - (2) Répondre en les justifiant par un raisonnement élémentaire ou une table de vérité aux questions suivantes : a-t-il mangé ? a-t-il dormi ?
 - (3) Maintenant cet homme ajoute une autre proposition : « Le jour où je ne bois pas et je dors, je ne suis pas content. » Répondre à nouveau aux questions précédentes : a-t-il mangé ? a-t-il dormi ?