

Licence Informatique S2

Contrôle Continu 1 (Logique, 2018-2019)

Durée : 2 heures. Documents non autorisés.

N.B. : Le barème est donné à titre indicatif.

Exercice 1 Questions de cours (4 pts)

1. Combien existe t-il d'interprétations d'une formule construite sur 2 variables propositionnelles ? (Justifier la réponse)
2. Combien existe t-il de formules non équivalentes pour un langage construit sur 2 variables propositionnelles ? (Justifier la réponse)
3. Donner une formule équivalente à $p \rightarrow q$ avec comme seuls connecteurs \neg et \vee .
4. Si dans une formule propositionnelle P valide (tautologie) nous avons une variable propositionnelle x, alors si nous remplaçons cette variable x par une formule Q dans P, la formule P reste valide ? (Justifier la réponse)

Exercice 2 (2 pts)

Montrer que les formules suivantes sont des tautologies :

(a) $p \rightarrow (q \rightarrow p)$

(b) $(p \vee (q \wedge r)) \leftrightarrow ((p \vee q) \wedge (p \vee r))$

Exercice 3 (6 pts)

Considérons l'énoncé suivant:

L'accusé n'a pu se rendre coupable du crime que s'il était à New-York à 18 heures le 1er janvier. Mais il a été établi qu'il était à ce moment-là à Washington. Il faut montrer que l'accusé n'est pas coupable du crime.

Question :

1. Modéliser le problème de la façon suivante :

c : L'accusé est coupable

n : Il était à New-York à 18 heures le 1er janvier

w : Il était à ce moment-là à Washington

L'énoncé est représenté par la formule : $A = ((c \rightarrow n) \wedge w) \rightarrow \neg c$

- (1) Ecrire la table de vérité de la formule A.
- (2) Donner une forme normale disjonctive (FND) pour A à partir de sa table de vérité.
- (3) Cette formule est-elle valide ? Justifier votre réponse.
- (4) Cette formule est-elle satisfiable ? Justifier votre réponse.
- (5) Peut-on montrer que l'accusé n'est pas coupable du crime à partir de A ?

2. Ajouter une nouvelle proposition impliquée dans l'énoncé qui permettra de construire une formule B à partir de A, afin de pouvoir démontrer que l'accusé n'est pas coupable. Vérifier formellement que l'accusé n'est pas coupable à partir de B.

Exercice 4 (4 pts)

Montrer que $\{\uparrow\}$ (NAND) est un connecteur suffisant pour toute formule du langage propositionnel. (Ici, il suffit de montrer que l'on peut représenter \neg et \vee par $\{\uparrow\}$)

Rappel : $p \uparrow q = \neg(p \wedge q)$

Exercice 5 (4 pts)

Cette fois-ci, Hercule était perdu dans le désert, et arrivait à une croisée à partir de laquelle son chemin se séparait en deux.

Chaque chemin pouvait soit mener à une oasis, soit se perdre dans un désert profond, et chaque chemin était gardé par un sphinx :

- le sphinx de droite disait : “ Au moins un des deux chemins conduit à une oasis ”
- le sphinx de gauche disait : “ Le chemin de droite se perd dans le désert ”

Hercule savait que soit les deux sphinx disaient la vérité, soit ils mentaient tous les deux. Il souhaitait savoir si un des deux chemins menait à une oasis et si oui, lequel devait-il choisir ?

En répondant aux questions ci-dessous, vous aiderez Hercule à trouver l'unique solution, que les sphinx mentent ou non.

Questions :

1. Modéliser le problème en formule propositionnelle.
2. Quel est le chemin qui mène à l'oasis ? Justifier cette réponse par un raisonnement basé soit sur une table de vérité, soit sur la règle d'inférence.